硕士学位论文

基于动态测试信息的结构材料本构参数识别方法

METHOD OF IDENTIFICATION FOR STRUCTURAL CONSTITUTIVE PARAMETERS BASED ON DYNAMIC INFORMATION

刘斌

哈尔滨工业大学

2014 年 7 月

国内图书分类号：TU317+.5　　学校代码：10213
国际图书分类号：624.04/.047　　密级：公开

工学硕士学位论文

基于动态测试信息的结构材料本构参数识别方法

硕 士 研 究 生：刘 斌
导　　师：吴 斌 教授
副　导　师：丁 勇 讲师
申 请 学 位：工学硕士
学　　科：防灾减灾工程及防护工程
所 在 单 位：土木工程学院
答 辩 日 期：2014 年 7 月
授予学位单位：哈尔滨工业大学

Classified Index: TU317+.5
U.D.C: 624.04/.047

Dissertation for the Master Degree in Engineering

METHOD OF IDENTIFICATION FOR STRUCTURAL CONSTITUTIVE PARAMETERS BASED ON DYNAMIC INFORMATION

Candidate: Liu Bin
Supervisor: Professor Wu Bin
Co-Supervisor: Lecture Ding Yong
Academic Degree Applied for: Master of Engineering
Speciality: Disaster Prevention and Reduction Engineering and Protective Engineering
Affiliation: School of Civil Engineering
Date of Defence: June, 2014
Degree-Conferring-Institution: Harbin Institute of Technology

摘　要

结构参数识别的研究是土木工程健康监测领域的核心内容之一，现有的结构参数识别方法主要用于识别线性结构物理参数、模态参数或者非线性滞回模型参数。这些识别方法只能反应结构宏观的的参数变化或损伤状态，无法在结构材料本构的层面进行状态评估。而且在实际工程中，结构所处荷载环境复杂，不能够准确测量结构所受荷载。针对以上问题，本文基于无迹卡尔曼滤波器（UKF）提出一种结构材料本构模型参数与荷载的同步识别方法，主要工作如下：

（1）提出基于 UKF 的结构材料本构模型参数时域识别新方法，并通过基于纤维单元的有限元模型进行数值仿真，对所提方法的可行性进行了验证。

（2）考虑到土木工程结构的复杂性，加之用于测试的传感器数量有限，不可能准确测得结构所有自由度的加速度时程信息。本文仅利用结构部分自由度的加速度响应作为观测量，实现了不完备测量条件下的本构模型参数识别。另外，由于状态量过多导致识别算法计算效率太低，本文提出一种改进的 UKF 识别方法，状态量中仅包含待识别的结构本构模型参数，而不包括结构的位移和速度等结构响应，通过三种工况下的数值仿真验证了所提方法的可行性。

（3）考虑实际工程中，结构所处荷载环境复杂，不能够准确测量结构所受荷载，本文提出了一种结构输入荷载信息未知情况下，考虑观测噪声的结构材料本构模型参数与荷载参数的同步识别时域方法，并通过三种工况的数值仿真，验证所提方法的准确性。

关键词：无迹卡尔曼滤波器；本构识别；同步识别；纤维模型；非线性结构

Abstract

Research on structural parameter identification is one of the core contents in the field of civil engineering monitoring. Now most of structural parameter identification methods can only response the change in parameters of one layer, unable to evaluates the status of the overall performance of the structure. What's more, the load of the structure can't be able to measured accurately in the practical engineering. In this paper, a method for simultaneous identification of structural constitutive parameters and excitation based on unscented Kalman filter (UKF) is proposed, and the main work is as follows:

（1）A nonlinear finite element model is built base on the theory of fiber beam column element，then the method of average discrete acceleration is used for structural dynamics operation. Then build a kind of identification method for structural materials constitutive model parameters by using UKF, at last, verify the feasibility of the method by numerical simulation.

（2）Presents the constitutive model parameters identification by using parts of the acceleration response as measurement information. The state variables is too much to reduce the computational efficiency, this paper improved this method by get rid of the motion parameters such as displacement and velocity in the state variables, verify the accuracy of the method through numerical simulation under three conditions.

（3）Considering the loading environment is complex at the practical engineering, this paper presents method of simultaneous identificationthe on constitutive model parameters and load parameters with observation noise, use the numerical simulation to verify the accuracy of the proposed method under three operating conditions.

Keywords: unscented Kalman filter；constitutive identification；simultaneous identification；fiber model；nonlinear structure

目 录

第 1 章 绪 论

1.1 课题背景

国家实施“十二五”规划以来，对基础设施建设的投资规模越来越大，使土木工程得到了快速发展。但是土木工程结构在使用的过程中，必然会受结构所处环境的影响，例如化学物质的作用，人为破坏等，再加上结构自身的老化等多重原因，使土木工程结构不可避免的出现损伤，导致其正常使用功能降低[1]。

特别是土木工程结构在其使用过程中，除了有静态荷载的作用外，还要承受动态荷载的作用，例如地震荷载对各种房屋建筑结构的作用；海浪对及海上采油平台的冲击；车辆对道路设施的碰撞；水坝要承受动水压力作用等等。虽然这些荷载并不是时时刻刻都作用在结构上，但由于它的灾害性，一旦出现，结构就要不可避免的产生损伤，进而导致整个建筑结构抵抗自然灾害的能力下降，甚至影响土木工程结构的正常使用。如果不及时发现并修护，随着时间增长，结构中的损伤就会逐渐累积，甚至导致灾难性突发事故的发生[2]。

例如，1999年我国台湾省台中大地震时，由于主震后未能够及时发现建筑物的正常使用能力下降，余震后倒塌，造成了巨大的损失[3]；2007年，我国湖南省一座修建中的公路桥梁倒塌，造成大量人员伤亡，在当时产生了极大的社会影响。2011年3月11日，日本东部海域发生M9.0级地震，导致福岛核设施发生核泄漏，造成巨大损失；2012年3月21日，墨西哥南部发生M7.4级强烈地震，其后再发生5.1级的余震，导致60间房屋倒塌，800多间房屋损毁。2013年4月四川雅安发生7.0级地震造成数百人伤，196人死亡[4]。

这些灾难性事故说明，保证土木工程结构在修建和运营期间的安全性，发展可应用于实际工程结构的监测和状态评估手段十分迫切，同时，对重大灾害特别是地震灾害造成的结构损伤进行判断，并预测结构的正常使用能力非常重要，是现在土木工程领域的研究热点[5]。

结构健康监测主要用于工程结构损伤识别与状态评估，主要思想是将各种传感器布置到结构中，采集传感器的动力响应数据，通过对分析采集到的动态响应数据来确定结构目前的健康状态[6]。

完整的结构健康监测系统可以划分为监测系统、诊断系统和评估系统三大部分[7]，如图 1-1 所示。其中，诊断系统是健康监测系统的核心部分，其主要内容是进行数据分析，完成结构的系统识别和损伤诊断。

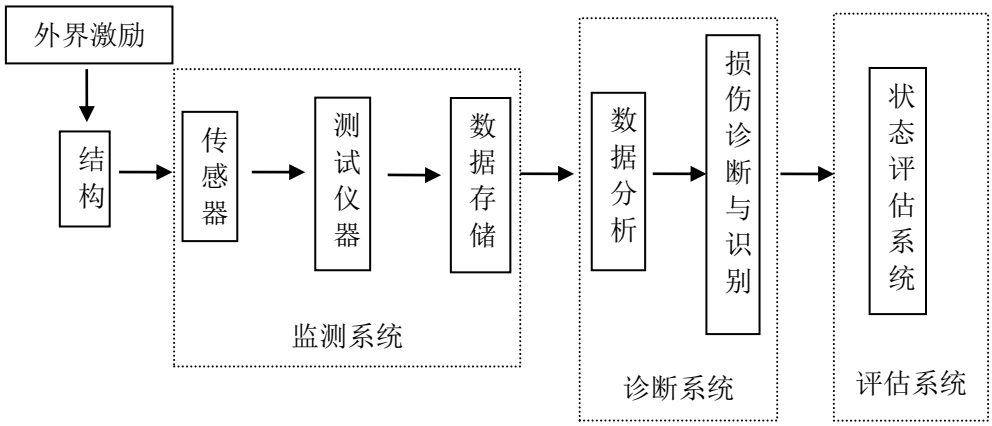

图 1-1　结构健康监测系统的组成

当土木工程结构遭受强烈地震之类的动荷载发生损伤时，结构材料本构参数必然发生改变，进而引起结构各自由度的动态响应发生改变。所以，结构的损伤信息将会包含在结构的振动信号中，通过对这些动态响应信息进行时域分析，可以逆向识别出结构材料本构参数的改变，从而评估结构整体是否发生损伤，估计损伤的大小[8] [9]。

1978 年，Liu 和 Yao[10]第一次将系统识别方法应用于土木工程结构的研究中，经过几十年的发展，一些先进的测量工具和分析软件的出现，使土木工程识别方法不断发展，能够逐渐满足工程实际的需要，但随着识别方法在土木工程领域中研究和应用得深入，一些问题也逐渐显现，引起了越来越多的研究者和专家的关注。

首先，经典的结构动力学问题主要是依托于完备的输入输出信息条件。但在土木工程结构的系统识别研究中，由于结构非常复杂，不可能在所有自由度上安置传感器，对所有作用在结构上的外部激励和结构各个自由度的动态响应信息进行测量，使得系统识别过程中结构输入、输出测量信息有限，导致系统测量数据的不完备性问题，而且系统测量数据易被噪声污染。

另外，在地震过程中，虽然地震作用可通过对地面加速度记录的测量进行评估，但是在此过程中结构的荷载环境十分复杂，结构常常受到多重荷载与地震的耦合作用，难以通过直接测量手段进行估计。例如地震灾害过程中结构间的碰撞、交通荷载对桥梁结构的作用，输电线塔导线对输电线塔主体结构的作用，爆炸、火灾等导致的温度场变化对结构的作用等等。而且荷载和参数对结构响应具有耦合影响，导致单纯的结构参数识别或者荷载识别往往都不能取得准确结果。

同时，在自然灾害或人为灾害等极端荷载作用下，结构常常呈现出非线性特性，使得传统的结构参数识别例如刚度识别，恢复力模型的识别不准确，这就需

要在材料本构层次实现系统识别过程，完成对结构的整体健康监测。

综上所述，由于一些局限性因素，使现有的识别方法在工程应用中有时难以取得理想效果。所以，非常有必要提出一种结构荷载未知条件下，利用不完备测量信息来识别结构材料本构模型参数的方法，此识别方法的提出可以用于结构损伤识别，有限元模型修正和健康监测，考虑实际工程应用中的不确定因素，可以广泛的应用于工程实践当中，能更好的将结构健康监测技术广泛的推广应用于土木工程行业，具有重要的理论意义和现实意义。

1.2 结构系统识别研究现状

结构的系统识别是进行结构动力学反问题研究中的重要组成部分，众所周知，结构动力学的反问题的主要思想是利用已经产生的结构响应信息，逆向求得施加在结构上的外荷载或者结构进行力学分析的相关参数。作为土木工程结构健康监测的核心内容，结构的系统识别受到越来越多研究人员的重视，特别是针对识别方法，该领域专家学者进行了大量的研究工作。

1.2.1 结构参数识别方法

结构模态参数识别和结构物理参数识别是结构参数识别的两大内容，本文主要研究结构物理参数的识别方法。结构物理参数识别方法主要有最小二乘估计法（LSE）、卡尔曼滤波器识别法（KF）、扩展卡尔曼滤波器识别法（EKF）以及无迹卡尔曼滤波器识别法（UKF）。

最下二乘法作为一种优化的数学技术，目的是求解未知数据，要求所求数据与实际数据之间差值的平方和最小[11]。近年来，最小二乘法越来越多的被应用到土木工程领域的参数识别。朱艺勇[12]等人提出的自适应总体最小二乘优化算法，通过预测值来进行参数识别。在这之后，岳珠[13]提出了加权最小二乘法，提高了识别的计算精度。刘轩黄[14]提出了递推最小二乘算法，使计算量大大减小。在土木工程方面，李守巨等人[15]基于最小二乘问题，利用改进的高斯-牛顿算法识别了混凝土和岩石介质的弹性模量，研究讨论了求反问题的唯一性、稳定性与收敛性问题。张健[16]首次将最小二乘法应用到在线识别领域，通过数值仿真算例验证了最小二乘识别算法对滞回模型参数的识别效果。2011 年，王涛等人[17]将最小二乘优化方法应用于拟动力试验的在线识别过程，对防屈曲支撑在拟动力试验中的双线性滞回模型参数进行了识别。然而，最小二乘法仅在线性结构体系适用，而且最小二乘法中位移、速度或恢复力等测量量通常是不容易测量的。

1960 年，基于概率论和最小二乘法，Kalman 提出了适用于线性系统的卡尔曼滤波器（KF）[18]。KF 的基本思想是根据系统状态方程和观测方程，在已知当前时

刻的状态量测量值，状态量估计值和输入荷载条件下，对下一时刻的状态量做出最优估计[19]。随后，为了能对非线性系统进行识别，又发展了扩展卡尔曼滤波器（EKF），这种方法对比 KF 的主要改变是增加了线性化步骤，利用泰勒级数展开这一数学工具将非线性问题转化为线性问题。但 EKF 进行识别的一个最大缺陷就是由非线性问题转化为线性的过程中不可避免的造成误差传递，针对一些强非线性系统，甚至会使识别过程由于无法收敛而中断，同时，这种方法的计算量太大。

为了克服 EKF 的缺陷，Juliear 和 Uhalman[20]提出无迹卡尔曼滤波器（UKF），UKF 的基本思想是采用离散的方法选取一些反应当前步（第 k 步）系统状态量平均值和方差的采样点（σ采样），通过系统状态方程，将这些采样点进行非线性变换，变换后的采样点可以得到下一时间步（第 k+1 步）的状态量均值和方差，得到状态量在第 k+1 步的均值和方差后，结合贝叶斯估计得到第 k+1 步状态量的最优估计[21]。UKF 避免了非线性函数线性化而引起的误差，并且保证状态量均值和方差的二阶精度。但 UKF 要求状态变量的协方差矩阵必须对称正定，这在迭代过程中很难保证。谢强[22]和高社生[23]等人利用奇异值分解求均方根 UKF 方法（SVD-UKF），这使得使 UKF 识别算法在使用过程中不再考虑协方差矩阵的对称正定性。

由于 EKF 和 UKF 使识别算法由简单的线性问题拓展到非线性问题，并且在参数识别领域有着较大的发展潜力和前景，特别是无迹卡尔曼滤波器的出现使非线性结构的多参数识别成为可能，近年来逐渐受到学者们的关注，并被广泛应用于土木工程结构的参数识别问题。

2007 年 Mariani 等人[24]对单自由度的非线性动力系统参数识别的研究表明，UKF 比 EKF 准确性更高，并且识别过程更易实现。2008 年 Wu 等人[25]将 UKF 识别算法应用于非线性问题的研究，主要针对结构的滞回模型参数进行识别。Eleni 等人[26]于 2009 年对一个用 Bouc-Wen 模型模拟的三自由度的自适应阻尼系统进行了参数识别与状态估计。刘亚辉[27]于 2009 年基于最小二乘法和 EKF，提出一种荷载未知条件下，利用不完备观测信息的结构参数识别方法。2009 年，谢献忠等人[28]在一个框架结构的动力试验数据的基础上，识别出了底层框架的刚度、阻尼等参数。同样，徐丽等人[29]利用试验时的数据对一个钢筋混凝土框架结构的相关物理参数进行了识别。张健[16]于 2010 年用无迹卡尔曼滤波器在线识别恢复力模型的参数，将识别方法应用于自适应子结构试验研究。结果表明，UKF 具有很好的识别精度和较快的识别速度，而且对噪声具有较好的鲁棒性。王涛等人[30]于 2013 年应用改进后的约束 UKF 解决了双自由度非线性结构混合试验中 Bouc-Wen 模型参数的在线识别问题,表明 UKF 在线识别方法可以与拟动力试验相结合。赵博宇等人[31]针对同一个结构的 Bouc-Wen 模型参数识别问题，分别利用 EKF 和 UKF 参与了

相关参数的识别，并比较了两种识别方法的识别效果。Song 等人[32]于 2013 年实现了 UKF 在线识别技术在实时拟动力试验的模型更新中的应用，识别了剪力墙的 Bouc-Wen 模型中的参数。

经过很多学科很多学者的研究证明，基于无迹卡尔曼滤波器的识别技术是易于实施、计算负担较小、计算速度较快、识别结果准确并具有良好的鲁棒性的参数识别与状态估计方法。但至目前为止，无迹卡尔曼滤波器在结构系统识别中的应用主要集中于结构的刚度，阻尼等物理参数，对结构的非线性模型参数的识别主要集中于对恢复力模型如 Bouc-Wen 模型参数的识别。UKF 针对材料本构模型参数识别中的应用还很少见，其计算稳定性与精确度等问题有待进一步研究。

1.2.2 结构材料本构模型识别方法

土木工程结构由于其复杂性，在遭遇地震等动态荷载时常常呈现出非线性特性，而传统的识别方法大多针对结构刚度，阻尼等物理参数，非线性阶段也大多识别结构的恢复力模型例如 Bouc-Wen 模型参数，但由于其参数选取的不确定性，导致识别的结果不能很好的反映土木工程结构的力学性能，这就需要在材料本构层次实现系统识别过程，完成对结构的整体健康监测。

Mahnken 等人[33]利用有限元模型建立了一种非弹性材料本构模型参数辨识方法，Chaparro 等人[34]基于遗传混合优化算法提出了一种材料参数识别方法，Pierron 等人[35]使用虚拟域方法确定材料本构参数，沈新普等人[36]基于最小二乘法，提出一种针对混凝土塑性本构模型参数的识别方法。李昊煜[37] 利用相关试验数据进行反问题研究，识别了活性粉末混凝土(RPC)材料的本构模型参数。李继良等人[38]研究了土木工程，矿产开发等领域相关材料的参数识别。王刚等人[39]应用遗传算法对带缝重力坝的弹性模量进行了识别研究。李守巨等人[40]根据混凝土结构动态相应观测数据，建立了基于优化算法的混凝土弹塑性本构关系辨识方法，并通过数值模拟验证了所提方法在考虑观测噪音的情况下的鲁棒性和识别精度。

可知，现阶段对于材料本构关系模型的识别技术主要集中在对新材料的线性、非线性力学性能的识别上，识别方法大多采用的是离线的最小二乘优化识别方法，试验方法主要以静力试验方法为主，试验中使用的材料尺寸也是较小的。这些识别方法不能在测量数据不完备的条件下完成较多本构模型参数的识别，而且静力试验方法没有考虑结构在动力荷载作用下的特性。至目前为止，未见有关基于无迹卡尔曼滤波器 UKF 的材料非线性本构模型参数识别研究。

1.2.3 结构参数与荷载的同步识别方法

进行结构参数识别的前提条件是结构所受荷载和响应信息都是已知的，但是

在实际工程中，结构所处荷载环境非常复杂，一些荷载如地震波，风荷载也不能准确测量，这在很大程度上限制了传统识别方法在土木工程实际应用中发挥应有的作用。

因此，建立一种荷载与结构参数的同步识别方法来解决结构所受荷载未知条件下的参数识别非常重要。这类方法可以不受结构系统荷载未知的限制，可对结构参数和荷载实现同步识别，同时适用于与周围结构、介质之间存在相互作用的结构体系健康监测，例如结构通常受到多重荷载与地震的耦合作用，结构间的碰撞，交通荷载对道路的作用，结构与周围介质（地基土体、风）的相互作用等等，具有重要的研究意义。

近年来国内外学者在这方面的研究取得了很多成果，Hoshyia[41]基于扩展卡尔曼滤波器 EKF 识别算法，在已知荷载形式为匀速运动荷载的前提下，同步识别了荷载参数和结构参数；Wang 等人[42]基于迭代最小二乘法，提出了一种利用结构的响应同步识别结构物理参数和地震动激励的算法；李杰等人[43]基于统计学平均算法，通过不断修正作用于结构的荷载，实现了未知荷载条件下的结构参数识别；陈健云等人[44]又将统计平均算法多个未知荷载与结构参数的复合反演方法；谢献忠和易伟建[45] [46]改进了李杰等人的算法，使识别方法计算效率大幅度提高，稳定性也有了很大改善。有关结构输入荷载与结构参数同步识别方法的研究对未知荷载作用下结构物理参数与荷载复合反演的发展起到很大的推动作用，但这些方法虽然是基于未知荷载输入的研究，但主要研究结构响应测量完备时的的荷载、参数同步识别问题。但是事实上，土木工程结构非常复杂，在进行受力分析时自由度数非常多，由于测量仪器和测量难度的限制，很难记录结构所有自由度上的动态响应信息。为了解决这种测量不完备的缺陷，冯新等人[47]将子结构试验方法引入到同步识别中，通过观测子结构所有自由度的相应信息，来同步识别整个结构所受荷载和参数，虽然测量量减少，但仍然不能解决测量仪器针对某些自由度无法测量的问题，不能很好地应用于实际工程中。所以，研究如何让利用结构有限自由度上的观测信息，即在结构的输入荷载未知，观测信息不全的情况下进行结构的系统识别很有实际意义。Zhu 和 Law[48]利用桥梁结构 N+1 个测点（N 是结构单元的数目）上的观测信息来识别结构的损伤和车桥之间的界面力，即在测量信息不完备的情况下，同步识别出混凝土损伤和荷载。Lu 和 Law[49]基于动态响应灵敏度，仅从结构单个测点上输出响应，通过对荷载进行正交线性展开来减少未知数个数，将荷载参数和有限单元刚度进行同步识别；Ding 等人[50-52]提出了一种仅从结构少数几个测试自由度的响应同步识别结构损伤和荷载的子结构方法，该方法可实现对荷载和结构损伤的同步识别。这些方法的提出，对解决输出测试信息不完备条件下结构参数与输入复合反演方法起到了一定的推动作用。

但是，当前的荷载与参数同步识别方法的研究对象依然是以线性结构为主，而且在噪声较小和结构所受荷载比较复杂时，目前已经提出的同步识别方法的识别效果都不能让人满意。所以，提出一种荷载未知，考虑一定噪声，针对非线性结构的荷载参数与结构参数同步识别方法极其必要。

1.3 本文的主要研究内容

实际工程中，土木工程结构往往非常复杂，具有输入荷载信息难以测量、输出测量信息不完备和易被噪声污染等特点。同时，在一些灾害性荷载作用下，土木工程结构常常呈现出非线性，而现有的结构参数识别方法主要用于识别线性结构物理参数、模态参数或者非线性滞回模型参数，这些识别方法只能反应结构宏观的的参数变化或损伤状态，无法在结构材料本构的层面进行状态评估，而无迹卡尔曼滤波器（UKF）可以用于识别非线性本构模型参数。

针对以上问题，本文提出了一种基于结构输入荷载信息未知，输出动态响应测试信息不完备，并考虑观测噪声的结构材料本构模型参数与荷载参数同步识别时域新方法。主要研究内容有：

（1）研究了基于 UKF 的结构材料本构模型参数识别时域新方法，在结构所受荷载已知的情况下，利用完备的加速度时程响应信息，进行结构材料本构模型参数的识别，并进行了数值仿真分析。

（2）考虑输出测量信息不完备的情况，研究了仅利用结构水平自由度的加速度时程响应信息，对结构材料双线性本构模型参数进行识别。针对计算效率较低的问题，提出缩减状态量的 UKF 本构识别改进算法，并经过数值仿真验证了改进算法在一定噪声水平下的识别效果。

（3）研究了基于 UKF 的结构材料本构模型参数和荷载同步识别方法，在结构输入荷载未知的情况下，进行正弦波荷载和双线性本构模型参数的同步识别。并通过数值仿真分析探究同步识别方法的可行性。

（4）研究了缩减状态量的同步识别改进算法，在不影响识别精度的前提下用以提高同步识别效率，并通过数值仿真算例验证该方法在一定噪声水平下的同步识别效果。

第 2 章 基于 UKF 的结构参数识别理论

2.1 引言

结构系统识别作为当前土木工程领域的研究热点，受到越来越多研究者的关注，而结构系统的识别通常分为参数识别和荷载识别，识别方法主要分为时域法和频域法，本文主要研究时域状态下结构材料本构模型参数与荷载的同步识别方法。

无迹卡尔曼滤波器（UKF）作为一种重要的结构参数识别工具，不仅可以进行线性结构体系的识别，而且在非线性结构体系中也有着广泛的应用，2008 年 Wu 等人[25]针对结构的滞回模型参数，利用 UKF 进行了识别。张健[16]于 2010 年用无迹卡尔曼滤波器在线识别恢复力模型的参数，将识别方法应用于自适应子结构试验研究。赵博宇[31]基于结构动态测试信息，分别利用 EKF 和 UKF 算法对结构的 Bouc-Wen 模型参数进行了识别。当前 UKF 主要应用于结构非线性滞回模型的参数识别；这些识别方法仅仅从宏观角度反应结构某一层或某一构件的参数变化与状态损伤，无法对结构的材料本构进行识别。

结构的材料本构模型可以从细观角度描述结构的状态性能，本研究采用基于结构有限元模型的材料本构模型参数识别，首先基于结构非线性有限元模型，模拟结构的非线性受力过程，得到结构的动态响应。而后将动态响应测试信息作为观测值，最后通过 UKF 识别算法得到结构的材料本构模型参数。

2.2 UKF 理论

UKF 算法要求系统识别过程中状态量和噪声为高斯分布，然后采用离散的方法选取一些反应当前步（第 k 步）系统状态量平均值和方差的采样点（σ 采样），通过系统状态方程，将这些采样点进行非线性变换，变换后的采样点可以得到下一时间步（第 k+1 步）的状态量均值和方差，这种变换叫做 UT 变换（Unscanted Transformation），是整个 UKF 系统识别方法的核心内容，UT 变换可以保证状态量均值和方差保持二阶以上精度。得到状态量在第 k+1 步的均值和方差后，结合贝叶斯估计得到第 k+1 步状态量的最优估计。

2.2.1 UT 变换

UT 变换的目的是求解状态量的统计特征值经过非线性变换后的值。对比其他直接将非线性函数线性化的近似方法，UT 变换对函数的概率密度进行近似，更加简单和有效。这种方法的基本原理是将状态量均值离散化，运用确定性采样方法，

即按照一定的公式确定各个采样点与状态量均值的距离，得到 2n+1 个采样点（σ 采样点），这些采样点保证状态量的均值和方差不变。然后，将得到的 σ 采样点带入系统状态方程进行非线性变换，得到每个采样点经过非线性变换后的值，再由这些变换后的采样点值确定状态量的均值和方差，通过这样的 UT 变换，可以进行状态量的非线性传递，同时可以保证状态量的统计特征值如平均值，方差等具有二阶以上精度。

下面结合式（2-1）所示的系统状态方程，详细阐述 UT 变换的基本原理和变换过程。定义状态向量 $\mathbf{x}$ 的均值向量 $\boldsymbol{m}$，方差矩阵为 $\boldsymbol{P}$。

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \tag{2-1}$$

对状态向量 $\mathbf{x}$ 中每个状态量的均值 $\boldsymbol{m}$ 离散化，得到 2n+1 个 σ 采样点组成的向量 $\boldsymbol{x}^i$，其中，

$$\mathrm{x}^0 = \mathrm{m} \tag{2-2}$$

$$\boldsymbol{x}^i = \boldsymbol{m} + [\sqrt{(n+\lambda)\boldsymbol{P}}]_i\text{，}\ i=1\text{，}\ \ldots,\mathrm{n} \tag{2-3}$$

$$\boldsymbol{x}^i = \boldsymbol{m} - [\sqrt{(n+\lambda)\boldsymbol{P}}]_i\text{，}\ i = n+1,\ldots,2n \tag{2-4}$$

式中，λ 是标量，定义为,

$$\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n \tag{2-5}$$

式中，n 为状态向量中的元素个数，常数 α，κ 是该方法中与状态概率分布类型有关的参数，在本文的 UKF 识别中，取 α=0.5，κ=3-n。矩阵 $\left[\sqrt{(n+\lambda)\boldsymbol{P}}\right]$ 的第 i 列 $\left[\sqrt{(n+\lambda)\boldsymbol{P}}\right]_i$ 控制每个 σ 采样点到状态量均值 $\boldsymbol{m}$ 的距离，各个采样点对应的权重为，

$$W_m^0 = \lambda / (\lambda + n) \tag{2-6}$$

$$W_m^i = 1/\{2(\lambda+n)\}\text{，}\ i = 1,2....2n \tag{2-7}$$

其中，权重满足 $\sum_{i=0}^{2n} w_i = 1$。

依照式（2-8）对每个状态分量的 2n+1 个 σ 采样点进行非线性变换，

$$\boldsymbol{y}^i = f(\boldsymbol{x}^i)\text{，}\ i = 0,\ldots,2n \tag{2-8}$$

非线性变换后状态量的均值和协方差可以通过以下公式计算。其中均值 $\boldsymbol{\mu}$ 可以表达为，

$$\boldsymbol{\mu} = \sum_{i=0}^{2n} W_m^i \boldsymbol{y}^{(i)} \tag{2-9}$$

方差 $\boldsymbol{S}$ 可表达为，

$$\boldsymbol{S}=\sum_{i=0}^{2n}W_c^i(\boldsymbol{y}^i-\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{y}^i-\boldsymbol{\mu})^T \tag{2-10}$$

协方差估计为，

$$\boldsymbol{C}=\sum_{i=0}^{2n}W_c^i(\boldsymbol{x}^i-\boldsymbol{m})(\boldsymbol{y}^i-\boldsymbol{\mu})^T \tag{2-11}$$

其中权重，

$$W_c^0=\lambda/(\lambda+n)+(1-\alpha^2+\beta) \tag{2-12}$$

$$W_c^i=1/\{2(\lambda+n)\} \tag{2-13}$$

本文取参数 β=2。通过上述运算即可实现 UKF 识别方法中最核心的 UT 变换。

综上所述可知，在 UT 变换中，样本点的选取遵循一定的规律，即采用确定性采样方法，可以保证非线性变换过程中状态量的均值和方差达到二阶以上精度。而且，UT 变换可以不用直接对对非线性的状态方程线性化，这就表明在状态方程不可导或不能显示表达的情况下仍然可以进行 UT 变换，进而进行 UKF 识别，这就使本文利用有限元非线性分析模型进行时程分析，然后将得到的加速度响应作为观测量进而识别结构的材料本构参数成为可能。

2.2.2 UKF 算法步骤

上文主要介绍了 UKF 算法的核心内容 UT 变换，下面就结合非线性离散时间系统的状态方程（2-14）与观测方程（2-15）来阐述 UKF 算法的实现过程。

$$\mathbf{x}_k=f(\mathbf{x}_{k-1},\boldsymbol{u}_{k-1},k-1)+\mathbf{v}_{k-1} \tag{2-14}$$

$$\mathbf{y}_k=h(\mathbf{x}_k,\boldsymbol{u}_k,k)+\mathbf{w}_k \tag{2-15}$$

其中 $k\in R$ 表示离散的时间步，$\mathbf{x}_k\in R^n$ 为 n 维状态量，$\mathbf{y}_k\in R^m$ 为 m 维观测量。规定状态方程 $f(\cdot)$ 与观测方程 $h(\cdot)$ 在状态量 $\mathbf{x}_k$ 处是连续的和可微分的，二者均为非线性方程，其中 $\mathbf{v}_k\sim N(0,\boldsymbol{Q}_k)$ 为过程噪声，$\mathbf{w}_k\sim N(0,\boldsymbol{R}_k)$ 为观测白噪声，二者均满足高斯分布。

针对上述离散的状态方程和观测方程，无迹卡尔曼滤波器（UKF）算法主要分为预测步和更新步，具体的递推过程如下：

（1）预测步：首先是针对第 k-1 步的最优估计值，进行确定性采样，得到 2n+1 个 σ 采样点，采样点由如下方程计算，

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}=[\boldsymbol{m}_{k-1},.....,\boldsymbol{m}_{k-1}]+\sqrt{n+\lambda}[0,\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}},-\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}] \tag{2-16}$$

然后将各个采样点带入非线性状态方程 $f(\cdot)$，经过 UT 变换得到状态量在第 k 步的先验估计值，

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = f(\hat{\boldsymbol{X}}_{k-1}, \boldsymbol{u}_{k-1}, k-1) \tag{2-17}$$

$$\boldsymbol{m}_k^- = \hat{\boldsymbol{X}}_k \boldsymbol{W}_m \tag{2-18}$$

$$\boldsymbol{P}_k^- = \hat{\boldsymbol{X}}_k \boldsymbol{W} [\hat{\boldsymbol{X}}_k]^T + \boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{2-19}$$

其中，

$$\boldsymbol{W}_m = [W_m^0 .....W_m^{2n}]^T \tag{2-20}$$

$$\boldsymbol{W} = (I - [W_m .....W_m]) \times diag(W_c^0 .....W_c^{2n}) \times (I - [W_m .....W_m])^T \tag{2-21}$$

式(2-20)和式(2-21)中 W_m，W 为权重的矩阵表达，由式(2-7)、(2-13)计算。

需要注意的是，预测步中，协方差矩阵的平方根 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$ 为通常由 Cholesky 分解计算求得，当 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$ =HH^{T} 时，$(\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}})_i$ 是矩阵 H 的第 i 列；当 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$ =H^{T}H 时，$(\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}})_i$ 是矩阵 H 的第 i 行。Cholesky 分解需要满足协方差矩阵 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$ 是对称正定的。然而，在 UKF 算法的识别过程中，由于系统的状态量存在数量级的差别，以及计算机舍入误差的影响，有时会使协方差矩阵 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$ 不能满足对称正定的要求，从而使识别中断。为了解决这种病态现象，有学者提出了运用 SVD 分解方法来计算协方差矩阵 $\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1}}$，代替了 Cholesky 分解。

SVD 分解法求协方差矩阵得方式如下，

$$\mathbf{P} = \mathbf{USV}^{\mathbf{T}} \tag{2-22}$$

其中，$\mathbf{S} = diag\{s_1, s_2, \Lambda, s_n\}$ 是对角矩阵，矩阵中的元素 $s_1, s_2 ..., s_{\mathrm{n}} \geq 0$，均为矩阵 P 的奇异值。矩阵 U 和 V 的列向量为协方差矩阵 P 的左右奇异向量。当协方差矩阵 P 为对称正定阵时，式（2-22）可以表达为 $\mathbf{P} = \mathbf{USU}^{\mathbf{T}}$。

经过 SVD 分解后的协方差矩阵的平方根可以写为，

$$\sqrt{\mathbf{P}} = \mathbf{U}\sqrt{\mathbf{S}}\mathbf{V}^{\mathbf{T}} \tag{2-23}$$

那么，UKF 算法中 UT 变换时，2n+1 个 σ 采样点的选取公式（2-16）中协方差矩阵平方根的计算采用式（2-23）。

（2）更新步：首先是针对第 k 步的先验估计值，进行确定性采样，得到 2n+1 个 σ 采样点，采样点由如下方程计算，

$$\boldsymbol{X}_k^- = [\boldsymbol{m}_k^-, ..., \boldsymbol{m}_k^-] + \sqrt{n+\lambda}[0, \sqrt{\boldsymbol{P}_k^-}, -\sqrt{\boldsymbol{P}_k^-}] \tag{2-24}$$

而后将各个采样点带入非线性观测方程 $h(\cdot)$，结合 UT 变换和观测量得到第 k 步状态量均值和方差的最优估计值，

$$\boldsymbol{Y}_k^- = h(\boldsymbol{X}_k^-, \boldsymbol{u}_k, k) \tag{2-25}$$

$$\boldsymbol{\mu}_k = \boldsymbol{Y}_k^- \boldsymbol{W}_m \tag{2-26}$$

$$\boldsymbol{S}_k = \boldsymbol{Y}_k^- \boldsymbol{W}[\boldsymbol{Y}_k^-]^T + \boldsymbol{R}_k \tag{2-27}$$

$$\boldsymbol{C}_k = \boldsymbol{X}_k^- \boldsymbol{W}[\boldsymbol{Y}_k^-]^T \tag{2-28}$$

最后，计算滤波增益的值，并又增益值修正状态量均值和方差，

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{C}_k \boldsymbol{S}_k^{-1} \tag{2-29}$$

$$\boldsymbol{m}_k = \boldsymbol{m}_k^- + \boldsymbol{K}_k[\boldsymbol{y}_k - \boldsymbol{\mu}_k] \tag{2-30}$$

$$\boldsymbol{P}_k = \boldsymbol{P}_k^- - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{S}_k \boldsymbol{K}_k^T \tag{2-31}$$

式（2-30）中，$\boldsymbol{y}_k$ 为第 k 步的观测值。

综上所述，利用预测步和更新步的递推计算，无迹卡尔曼滤波器（UKF）算法可以实现状态量的最优估计，达到结构系统识别的目的。

2.3 基于 UKF 的 Bouc-Wen 模型参数识别

2.3.1 Bouc-Wen 模型介绍

Bouc-Wen 模型是一种反应结构滞回特性的模型[25]，当结构为多自由度，且为纯滞回非线性时，运功方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{z}(t) = \mathbf{L}\mathbf{F}(t) \tag{2-32}$$

其中，**M** ——质量矩阵

C ——阻尼矩阵

K ——刚度矩阵

F ——外荷载

L ——荷载作用位置

$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix}\mathbf{z_1}(t) & \mathbf{z_2}(t) & \cdots & \mathbf{z_i}(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为结构的滞回位移向量，滞回位移的表达式[31]为，

$$\dot{\mathbf{z}}_\mathbf{i}(t) = \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t) - \boldsymbol{\beta}\left|\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t)\right|\left|\mathbf{z}_\mathbf{i}(t)\right|^{\mathbf{n-1}}\mathbf{z}_\mathbf{i} - \boldsymbol{\gamma}\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t)\left|\mathbf{z}_\mathbf{i}(t)\right|^{\mathbf{n}} \tag{2-33}$$

式中，$\mathbf{x}_\mathbf{i}(\mathrm{t})$ 为结构第 i 层的层间位移，$\mathbf{z}_\mathbf{i}(\mathrm{t})$ 表示结构第 i 层的滞回位移。取状态向量 $\mathbf{X} = \left[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{z}(t)\right]^{\mathbf{T}}$，则结构的状态方程为，

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{M}^{-1}\left[\mathbf{L}\mathbf{F}(t) - \left(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}\mathbf{z}(t)\right)\right] \\ \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t) - \beta\left|\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t)\right|\left|\mathbf{z}_\mathbf{i}(t)\right|^{\mathbf{n-1}}\mathbf{z}_\mathbf{i} - \gamma\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}(t)\left|\mathbf{z}_\mathbf{i}(t)\right|^{\mathbf{n}} \end{bmatrix} = f\left(\mathbf{X}, \mathbf{F}, t\right) \tag{2-34}$$

由式(2-34)可见，结构的状态方程 $f\left(\mathbf{X}, \mathbf{F}, t\right)$ 是非线性的。

2.3.2 数值仿真分析

多自由度钢结构，底层恢复力模型选用 Bouc-Wen 模型，滞回参数 β=4，γ=2，n=1.1，上两层选用线性结构，结构单元长度为 0.50m，截面为矩形：其中宽 0.05m，高 0.01m，密度为 7800Kg/m^3，集中质量 m_1=m_2= m_3=4.0 Kg，如图 2-1 所示。

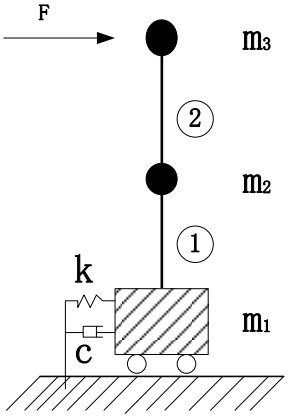

图 2-1　结构模型示意图

作用于结构顶层的荷载形式为 $\mathbf{F}=\mathrm{A}\sin(4\pi t)+2\cos(3\pi t)$，荷载作用时长为 3 秒，时间步长 0.001 秒，幅值 A 在前 2 秒由 3 等值的增加到 9，如图 2-2 所示。

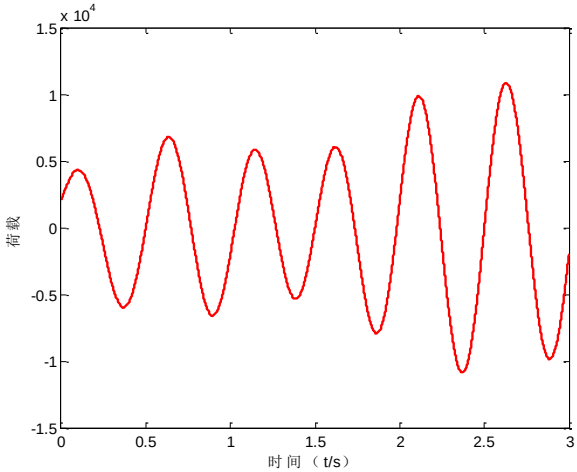

图 2-2　荷载示意图

结合 UKF 识别方法进行结构底层 Bouc-Wen 模型参数的识别，选取状态量中的元素为结点 2，3 自由度的位移，速度，底层滞回位移以及要识别的 Bouc-Wen 模型参数 β 和 γ，即 $\mathbf{X}=\left[\mathbf{x}(t),\dot{\mathbf{x}}(t),z_1(t),\beta,\gamma\right]^{\mathbf{T}}$。结构正问题运算采用 4 阶 Runge—Kutta 法，观测量选取结构加速度响应。待识别参数预估值 β=5，γ=3，。识别效果如图 2-3 至如图 2-5 所示。

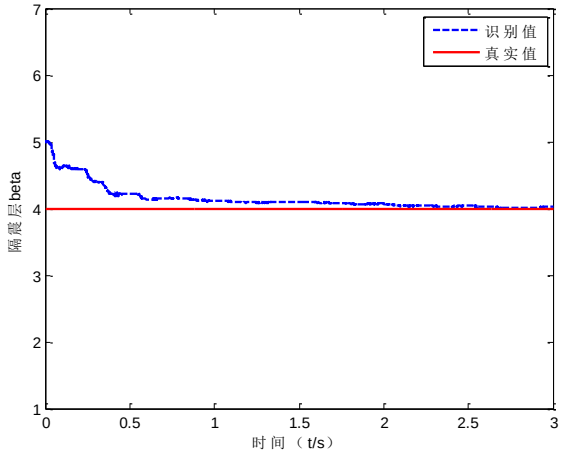

图 2-3　参数 β 识别时程曲线

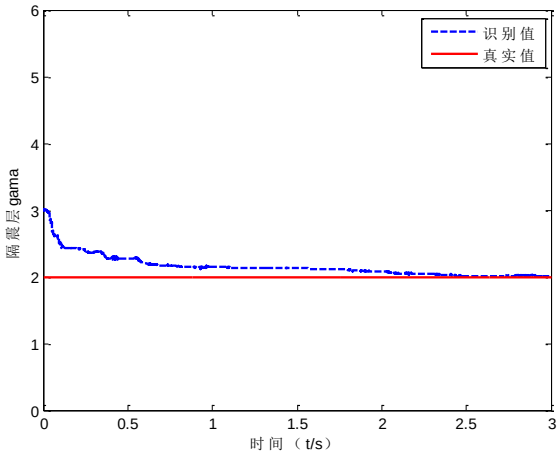

图 2-4　参数 γ 识别时程曲线

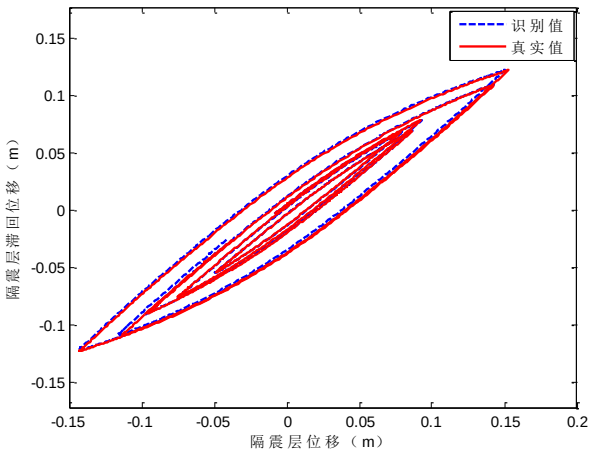

图 2-5　滞回位移识别曲线

由上图2-3至图2-5可知，基于UKF的Bouc-Wen模型参数识别方法可以迅速，准确的识别出参数β和γ，进而识别得到到结构底层的滞回位移。然而，该识别方法仅仅能够识别结构底层的参数变化与状态损伤，无法从结构的材料本构模型对结构性能进行分析。

2.4 基于 UKF 的材料本构模型参数识别

2.4.1 本构模型识别方法实现步骤

UKF 算法应用于结构的本构模型参数识别，必须要基于结构的动力学方程对结构进行动力分析，假设结构有 n 个动力自由度，则结构的运动微分方程为：

$$\mathbf{M}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_1(t)\\ \ddot{x}_2(t)\\ \vdots\\ \ddot{x}_n(t)\end{Bmatrix}+\mathbf{C}\begin{Bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \vdots\\ \dot{x}_n(t)\end{Bmatrix}+\mathbf{K}\begin{Bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ \vdots\\ x_n(t)\end{Bmatrix}=\mathbf{LF}(t) \tag{2-35}$$

式中，$\mathbf{x}(t)=\left[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)\right]^T$ ——结构结点位移

M——质量矩阵

C——阻尼矩阵

K——刚度矩阵

F——外荷载

L——荷载作用位置

进行系统识别时，取状态向量

$$\mathbf{Z}(t)=\left[\mathbf{x}(t),\dot{\mathbf{x}}(t),\boldsymbol{\theta}\right]^{\mathbf{T}} \tag{2-36}$$

其中，向量$\boldsymbol{\theta}$为结构的物理参数，在系统参数识别中可以为结构的质量，阻尼以及刚度。本文研究非线性结构的本构模型识别，所以参数选取非线性本构模型参数，并认为本构模型参数是时不变的，即$\dot{\boldsymbol{\theta}}_i=0$（i=1,2,⋯,m），m 为本构模型参数个数。则系统离散的状态方程为，

$$\mathbf{Z}_k=f\left(\mathbf{x}_{k-1},\dot{\mathbf{x}}_{k-1},\boldsymbol{\theta}_{k-1}\right)+\mathbf{v}(t) \tag{2-37}$$

式中，函数$f(\bullet)$用于状态量的采样点进行非线性变换，向量$\mathbf{v}(t)$为过程噪声，均值为零并符合高斯分布。

本文基于结构的动态响应进行系统识别研究，所以观测量选取各自由度的加速度响应

$$\mathbf{Y}(t)=\left[\ddot{\mathbf{x}}(t)\right]^T \tag{2-38}$$

则系统离散的观测方程为

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k}} = h(\mathbf{x}_{\mathrm{k-1}}, \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k-1}}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{k-1}}) + \mathbf{w}(t) \tag{2-39}$$

式中，函数 $h(\cdot)$用于由状态量得到观测量的计算值，向量$\mathbf{w}(t)$为观测噪声，均值为零并符合高斯分布。

基于上述状态方程（2-37），观测方程（2-39）及 UKF 识别算法即可进行结构本构模型参数的识别，识别流程如下：

（1）选用结构的输入荷载。

（2）预测结构材料本构模型参数初始值。

（3）采集结构动态响应测量信息作为观测值。

（4）采取 UKF 识别算法，根据系统的状态方程和观测方程进行结构材料本构模型参数的识别。

2.4.2 纤维有限元模型

结构进行受力分析时，需要把每个单元的刚度矩阵集合成结构的整体刚度矩阵。在弹性阶段，刚度是恒定值。但是在某些极端荷载作用下，材料可能进入非线性，即结构的刚度矩阵具有时变性。基于线弹性梁柱单元建立的有限元模型不能对这些情况下的非线性结构进行识别，而纤维基于材料本构建立结构的有限元模型，可以用来进行结构的非线性受力分析。

纤维单元模型的基本思想是将传统的梁柱单元沿轴向分成若干积分截面，每个截面由若干个代表纤维的网格组成。为了形成结构的整体刚度矩阵，首先由每个截面上的纤维集成截面的刚度，然后通过截面积分点集成得到单元的刚度矩阵，最后组装得到整个结构的刚度矩阵[53]。

本论文由于研究钢框架结构，仅一种材料，所以将截面采用条带划分，等面积均分为若干层，纤维的数目和位置如图 2-6 所示。

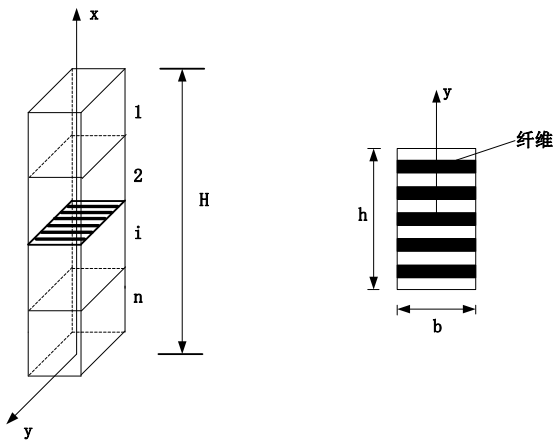

图 2-6　纤维模型

纤维在受力方向上的应力应变关系近似的表现为简单的拉伸的压缩，所以材料的本构关系可以使用单轴情况的本构来近似。本论文完成了钢结构的建模，材料应力应变关系采用双线性模型，如式(2-40)所示。

$$\sigma_s = \begin{cases} E_1\varepsilon_s & \varepsilon_s \le \varepsilon_y \\ f_y + E_2\left(\varepsilon_s - \varepsilon_y\right) & \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_u \end{cases} \tag{2-40}$$

其中σ_s和ε_s是钢材的应力和应变，E_1为初始弹性模量，f_y为屈服应力，ε_y为屈服应变，超过弹性极限后钢材的等效弹性模量E_2取为E_2=0.01E_1[54]，ε_u为钢材极限应变，钢材本构模型如图 2-7 所示。

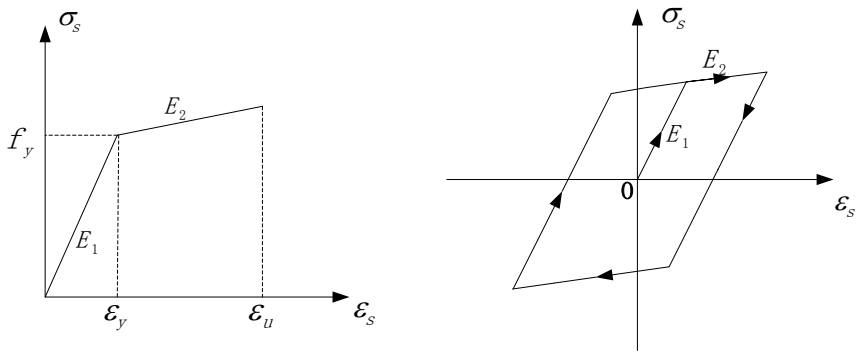

图 2-7　钢材本构模型

由于纤维单元模型从材料本构关系细观层次考虑结构的受力性能，所以，纤维模型中，需要以材料的本构关系为基础，建立纤维应力σ_s和纤维应力ε_s之间的联系，整个纤维单元分为三个层次，单元层次，截面层次，纤维层次，由截面划分示意图 2-6 可知，沿构件轴向为 x 坐标，沿截面横向为 y 坐标，这样我们可以通过坐标知道结构中任何一根纤维的位置，继而实现整个纤维单元模型的刚度集成[55]。

由纤维的切线刚度，可以得到截面的刚度矩阵。刚度矩阵的物理意义是指发生单位位移时产生的抗力大小，针对截面刚度矩阵，是指单元发生单位压应变和单位曲率时，截面上每根纤维的轴向应力之和以及纤维轴向应力到截面中心的弯矩叠加。得到每个截面上的刚度矩阵后，可以通过这些截面积分点积分得到整个单元的刚度矩阵。由单元的刚度矩阵，依据传统有限元理论，采用对号入座的方式，可以集成整个结构体系的刚度矩阵，从而进行结构非线性分析。

算例 1 单层框架模型

基于上述纤维梁柱单元理论，运用 Matlab 建立单层框架模型，如图 2-8 所示。其中，柱单元长 0.50m，截面宽 0.05m，截面高 0.00485m，E= 2.27×10^{11}Pa，密度

为 7800 Kg/m^3。梁单元长 0.50m，截面宽 0.05m，截面高 0.00892m，E=1.90×10^{11}Pa，密度为 7800 Kg/m^3。在 5、7 结点对应的有集中质量：4.0Kg，4.0Kg。

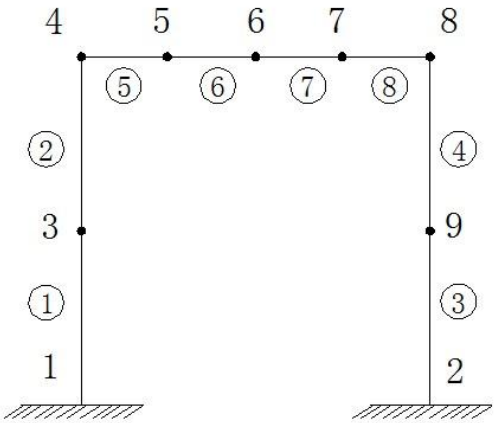

图 2-8　单层框架模型

对此结构模型进行模态分析，并与线弹性梁柱单元建立的同一个结构的有限元模型模态分析对比，前三阶频率对比效果如表 2-1 所示。

表 2-1　单层框架模型频率分析对比

阶数	纤维梁单元频率	线弹性梁单元频率	差值	差值百分比
1	2.380	2.383	0.003	0.13%
2	24.084	24.114	0.030	0.13%
3	27.262	27.296	0.034	0.13%

可知对比结果良好，说明基于弹塑性纤维模型的分析程序正确，差异值可能来自单元截面纤维层划分不够精确。

算例 2 两层框架模型

建立两层框架模型，如图 2-9 所示。其中，柱单元长 3.0m，截面宽 0.2m，截面高 0.3m，E= 2.0×10^{11}Pa，密度为 7800 Kg/m^3。梁单元以及斜撑单元的参数和柱单元相同。结构中具有集中质量的结点编号为：4、5、6、7、8、9。对应的集中质量均为 400 Kg。

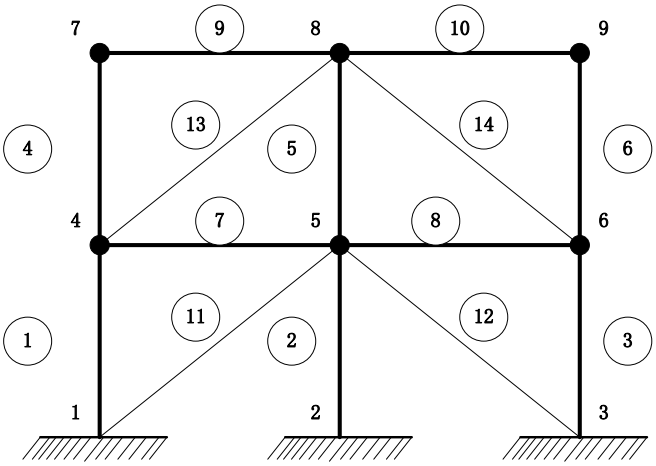

图 2-9　两层框架模型

同样，对此模型进行模态分析，取前三阶频率与线弹性梁单元进行了对比，如表 2-2 所示。

表 2-2　两层框架模型频率分析对比

阶数	纤维梁单元频率	线弹性梁单元频率	差值	差值百分比
1	1.083	1.086	0.003	0.32%
2	2.947	2.950	0.003	0.10%
3	2.992	2.991	0.001	0.01%

可知对比结果良好，说明弹塑性纤维模型分析程序正确。差异值可能是纤维层数划分不够精确。

算例 3 七层框架模型

本算例应用香港理工大学七层框架试验的相关数据，基于纤维的梁柱单元理论，建立平面七层框架结构的非线性有限元模型，试验照片如图 2-10 所示，有限元模型所用参数均与试验数据一致，其中：

图 2-10　七层框架试验图

对此结构模型进行模态分析，并将试验所测值，并将纤维梁柱单元和弹性梁柱单元得到的结构频率值与试验实测值对比，前三阶频率对比效果如表 2-3 所示。

表 2-3　七层框架模型频率分析对比

阶数	试验实测频率	纤维梁单元频率	与试验差值	线弹性梁单元频率	与试验差值
1	2.528	2.541	0.50%	2.543	0.59%
2	7.656	7.663	0.09%	7.672	0.21%
3	12.853	12.847	0.47%	12.863	0.07%

可知对比结果良好，说明基于弹塑性纤维建立的有限元模型分析程序正确。差异值可能是纤维层数划分比较少，导致刚度集成不够精确。

综上所述可知，基于弹塑性纤维的梁柱单元理论，运用 Matlab 建立的有限元分析模型程序，与线弹性梁柱单元建立的模型进行模态分析对比，频率对比结果非常好，分析程序正确，可以进行结构的动力非线性分析。

2.5 本章小结

本章根据无迹卡尔曼滤波器（UKF）识别算法在土木工程结构参数中的应用缺陷，将 UKF 识别算法应用于结构材料本构模型参数的识别研究。首先介绍了 UKF 识别算法的理论知识以及识别步骤，并且考虑在 UKF 识别的过程中，由于计算误差等原因，识别往往因状态量协方差矩阵非对称、正定而终止，本文选用 SVD 分解替代 UKF 中原有的 Cholesky 分解。然后，介绍了基于 UKF 的 Bouc-Wen 模型参数识别方法，针对该方法的缺陷，提出基于 UKF 的结构材料本构模型参数识别方法。最后，引入纤维有限元模型来实现基于结构材料层次的非线性分析。

（1）UKF 识别算法中，用 SVD 分解替代原来的 Cholesky 分解，可以解决状态量协方差矩阵非对称的问题，使 UKF 有较好的鲁棒性和收敛性。

（2）基于 UKF 的 Bouc-Wen 模型参数识别方法能够识别结构底层的参数变化与状态损伤，但无法从结构材料层次对结构进行状态评估。

（3）结合状态方程，观测方程以及 UKF 识别算法，可以实现结构材料本构模型参数的识别流程。

（4）纤维模型与弹性梁柱单元建立的模型的频率对比结果非常好，可知基于弹塑性纤维的结构非线性有限元分析程序正确，能够用于数值模拟结构动力时程反应。

第 3 章　基于 UKF 的双线性本构模型识别

3.1 引言

无迹卡尔曼滤波器（UKF）识别算法利用采样的方法逼近非线性分布，可以保证状态量均值和方差具有二阶精度，实现状态量的最优估计。当前 UKF 对结构的非线性模型参数的识别主要集中对恢复力模型的识别上，例如，对 Bouc-Wen 模型参数的识别，而对材料本构模型参数识别的研究还很少见。基于 UKF 的识别方法是否满足材料本构关系的识别及其稳定性与精确度等问题需要进一步研究。

本章基于第二章提出的材料本构模型参数识别方法，结合纤维模型非线性分析程序，提出基于 UKF 的双线性本构模型参数识别方法。在数值仿真分析和验证的过程中，本文利用纤维单元非线性有限元模型，并进行结构时程分析，识别过程中以结构的加速度作为测量信息，应用所提方法对结构材料双线性本构模型参数进行识别，取得了较好的效果。

3.2 双线性本构参数识别方法

3.2.1 本构识别步骤

双线性本构模型参数包括第一刚度$\mathbf{E_1}$，第二刚度$\mathbf{E_2}$，屈服应力$\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{t}$，则取状态向量为

$$\mathbf{Z}(t)=\left[\mathbf{x}(t),\dot{\mathbf{x}}(t),\mathbf{E_1},\mathbf{E_2},\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{t}\right]^{\mathrm{T}} \tag{3-1}$$

得到系统离散的状态方程为

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{k}}=f\left(\mathbf{x}_{\mathrm{k-1}},\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k-1}},\mathbf{E}_{\mathbf{1},\mathrm{k-1}},\mathbf{E}_{\mathrm{2,k\text{-}1}},\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{t,k\text{-}1}}\right)+\mathbf{v}(t) \tag{3-2}$$

式中，函数$f(\bullet)$用于状态量的采样点进行非线性变换，本识别算法函数$f(\bullet)$为调用非线性时程分析程序，向量$\mathbf{v}(t)$为过程噪声，均值为零并符合高斯分布。

本文基于结构的动态响应进行本构参数识别研究，所以观测量选取结构各自由度的加速度响应

$$\mathbf{Y}(t)=\left[\ddot{\mathbf{x}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{3-3}$$

得到系统离散的观测方程为

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k}}=h(\mathbf{x}_{\mathrm{k-1}},\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k-1}},\mathbf{E}_{\mathbf{1},\mathrm{k-1}},\mathbf{E}_{\mathrm{2,k\text{-}1}},\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{t,k\text{-}1}})+\mathbf{w}(t) \tag{3-4}$$

式中，函数$h(\bullet)$用于由状态量得到观测量的计算值，本识别算法函数$h(\bullet)$为调用非线性时程分析程序，向量$\mathbf{w}(t)$观测噪声，均值为零并符合高斯分布。

基于上述状态方程（3-2），观测方程（3-4）及 UKF 识别算法即可进行双线性

本构模型参数的识别，识别流程如下：

（1）选用 El Centro（1940，NS）地震波作为结构的地震作用。

（2）选取结构双线性本构模型三个参数的初始值。

（3）采集结构的水平加速度响应信息作为识别观测值。

（4）采取 UKF 识别算法，根据系统的状态方程和观测方程进行结构材料本构模型参数的识别。

从状态方程(3-2)，观测方程(3-4)以及基于 UKF 的参数识别过程可以看出，对材料本构模型为双线性模型的结构，识别过程可以考虑以下几种情况：屈服应力σ_t已知，E_1 和 E_2 有确定的比例关系；屈服应力$\boldsymbol{\sigma_t}$已知，E_1 和 E_2 相互独立；屈服应力$\boldsymbol{\sigma_t}$、E_1 和 E_2 未知且相互独立。本章将分别针对以上情况进行识别研究。

3.2.2 数值仿真分析

用数值仿真算例检验本章所提本构参数识别方法的效果，结构为三单元层模型，如图 3-1 所示。结构单元长度为 0.50m，截面为矩形：其中宽 0.05m，高 0.005m，密度为 7800Kg/m^3，2、3、4 结点各有三个动力自由度，每个自由度均具有 4.0Kg的集中质量。

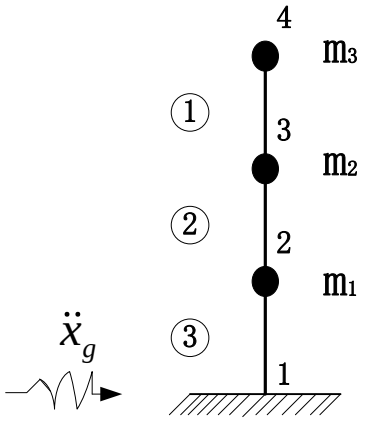

图 3-1　结构模型示意图

结构的材料为钢材，本构模型选用图 2-7 所示的双线性模型，相关参数为$\mathbf{E_1}$ =210GPa，$\mathbf{E_2}$ =2.1GPa，屈服应力$\boldsymbol{\sigma_t}$=200 MPa。

本文的数值仿真过程中，首先是基于纤维的梁柱单元理论，用 Matlab 建立模型的动力非线性分析程序，截面划分为 20 层纤维。对此模型进行模态分析，并取前三阶频率与弹性梁单元建立的模型进行了对比，如表 3-1 所示。

表 3-1　模型频率分析对比

阶数	纤维	梁单元	差值	差值百分比
1	0.574	0.576	0.003	0.45%
2	3.595	3.601	0.006	0.16%
3	9.772	9.785	0.014	0.14%

然后，对模型进行动力非线性分析，地震波选用 El Centro 波，加速度幅值调整为 1.0 g，如图 3-2 所示。

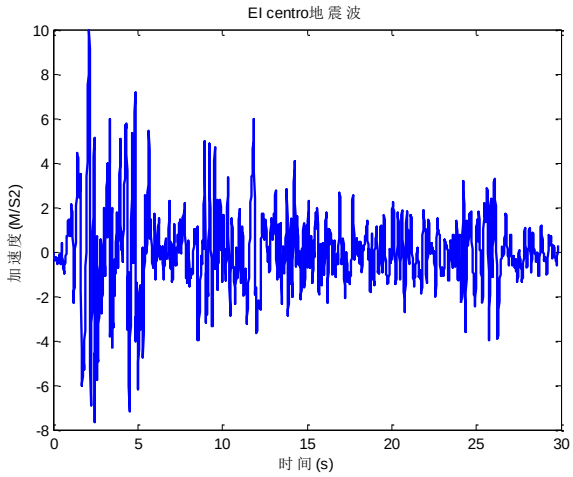

图 3-2　El Centro 地震波

因为反问题识别过程中，将结构的加速度当做观测量，所以在进行动力学正问题研究时，需要得到结构的加速度时程曲线。针对此算例模型，将结点 4 的横向加速度时程曲线画出，由图 3-2 可知，地震波前 8 秒已经包含其加速度峰值，如图 3-3 所示。

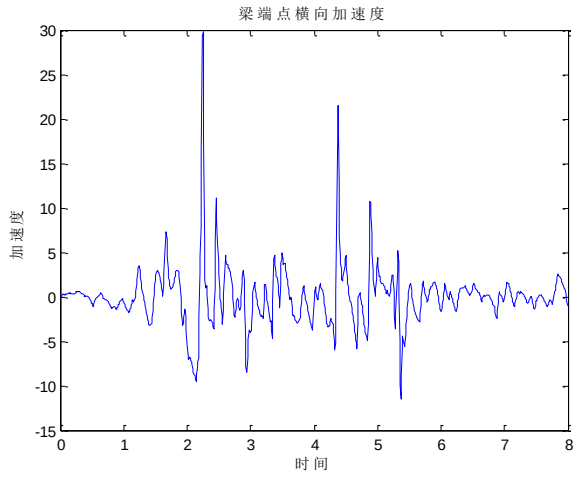

图 3-3　加速度时程曲线

另外，需要得到结构纤维层次的应力应变关系曲线，以便于与后期识别得到的本构模型参数对比，针对本结构，得到单元 3 第 20 层纤维的应力应变关系曲线，如图 3-4 所示。

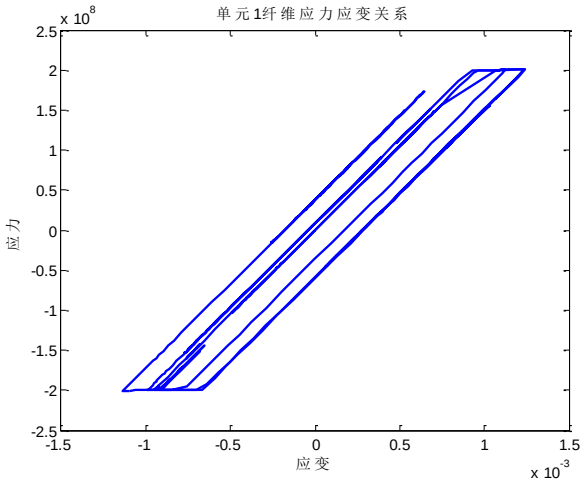

图 3-4 纤维应力应变曲线

综合上述，可知本文建立的非线性有限元分析程序可以进行对三单元的层模型进行动力非线性分析，模拟结构在地震波作用下的动态响应，进而由得到的动态响应反推结构的本构模型以及输入荷载信息。

基于上述动力学正问题计算，本算例假设双线性本构模型中屈服应力σ_t已知，并且第二刚度E_1与第一刚度E_2之间存在比例关$E_2=E_1/100$，在本算例中只将第一刚度E_1作为待识别参数，即式（3-3）和（3-5）中的向量$\theta=E_1$。状态量为所有自由度上的位移和速度，以及所要识别的参数E_1，观测量选用结构加速度。另外，为更好地模拟实际情况，对观测量加速度施加噪声，噪声水平为 3%，噪声的施加方法如下式所示，

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{m}}=\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{c}}+E_{\mathrm{p}}N_{\mathrm{noise}}\sigma(\ddot{\mathbf{x}}) \tag{3-6}$$

其中，E_{p}为噪声水平，N_{noise}时标准正态分布，$\sigma(\ddot{\mathbf{x}})$为加速度测量值的标准差，同样，进行结构材料本构模型参数识别所必需的状态方程和观测方程如下所示。

状态方程为：

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}} & \cdots & \mathrm{x}_{12,\mathrm{k}} & \dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}} & \cdots & \dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}} & \mathrm{E}_{1,\mathrm{k}}\end{bmatrix}\\&\qquad=f\left(\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}-1},\ldots,\mathrm{x}_{12,\mathrm{k}-1},\dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}-1},\ldots,\dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}-1},\mathrm{E}_{1,\mathrm{k}-1},\mathrm{u}_{\mathrm{k}-1}\right)+\mathbf{v}\end{aligned} \tag{3-7}$$

观测方程：

$$\begin{bmatrix}\ddot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}} & \ddot{\mathrm{x}}_{2,\mathrm{k}} & \cdots & \ddot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}}\end{bmatrix}=h\left(\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}},\ldots,\mathrm{x}_{12,\mathrm{k}},\dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}},\ldots,\dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}},\mathrm{E}_{1,\mathrm{k}},\mathrm{u}_{\mathrm{k}}\right)+\mathbf{w} \tag{3-8}$$

其中，**v**为过程噪声向量。**w**为观测噪声向量。**v**和**w**的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵Q和R对应于两种噪声的协方差矩阵，$Q=10^{-11}\times I_{25}$，$R=10^{-3}\times I_{12}$。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 23\end{bmatrix}^T_{25\times1}$$

$$P^0=\begin{bmatrix}10^{-8}\times I_{24} & 0\\ 0 & 10\end{bmatrix}$$

将 El Centro（1940，NS）地震波作为结构的输入荷载，将地震波的峰值加速度调整为 1.0g。荷载作用时长为 3 秒，计算步长 0.01 秒。识别参数预估值与真实值见表 3-2。

表 3-2　识别参数预估值与真实值

状态量参数	真实值	预估值
刚度E_1（GPa）	210	230

观测方程中函数$h(\bullet)$不能显示表达，本算例为调用非线性分析程序，　那么结合 UKF 识别算法以及状态方程（3-3），观测方程（3-5），可进行本结构的材料本构模型参数识别，识别效果见图 3-5。

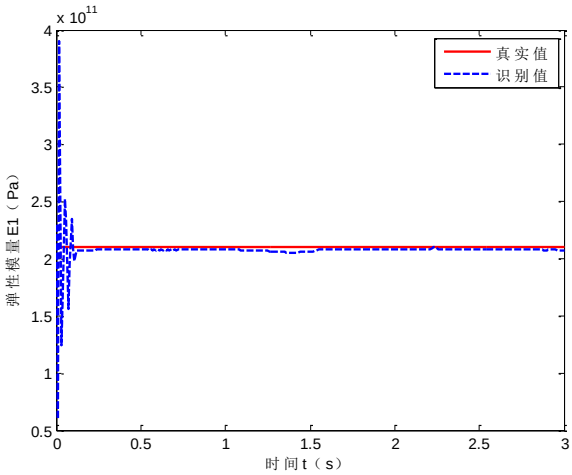

图 3-5　本构参数E_1识别时程曲线

由图 3-5 可知，虽然起初识别值波动特别明显，但随着时间增加，识别结果逐渐趋向真实值，并且趋于稳定，表明无迹卡尔曼滤波器（UKF）在一定的噪声水平下，可以迅速的将本构模型中第一刚度E_1准确识别出。

3.3 改进的 UKF 本构模型参数识别方法

3.3.1 不完备测量条件下的识别

上一节针对结构的本构模型参数识别，算例中将结构所有自由度的加速度响应信息作为观测量，但是在工程实际的应用中，往往难以测量结构的全部输出信息。例如上一节算例中的竖向加速度以及转角加速度，在实际情况中，由于结构的复杂性以及测量设备的限制，结构在受力运动的过程中，只有水平加速度能被加速度传感器测量到。

基于以上问题，需要验证基于不完备观测信息的无迹卡尔曼滤波器（UKF）方法对结构本构模型参数的识别效果。对比完备测量信息条件下的 UKF 识别算法，基于不完备输出信息的 UKF 识别算法中主要是将观测方程中的观测量缩减，由上一节算例中的 12 个自由度上的加速度响应减少为 3 个，则 UKF 识别中的观测方程修改为：

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \ddot{x}_{3,k} \end{bmatrix} = h\left(x_{1,k},\ldots,x_{12,k},\dot{x}_{1,k},\ldots,\dot{x}_{12,k},E_{1,k},u_k\right)+\mathbf{w} \tag{3-9}$$

其它信息如状态量个数，噪声水平等参数在上一节算例的基础上不作修改，得到本构模型参数 E_1 的识别效果如下图所示。

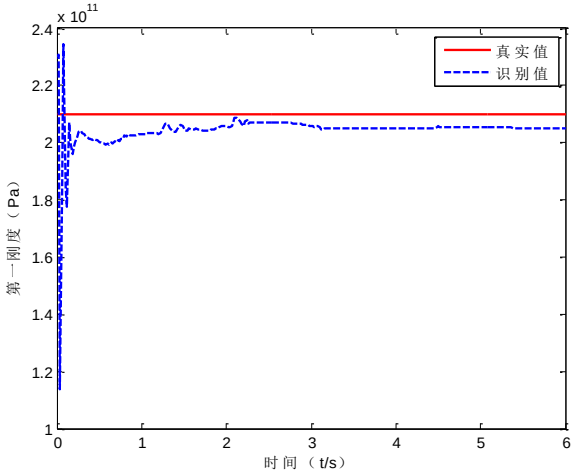

图 3-6　本构参数E_1识别时程曲线

对比图 3-5 的完备观测信息条件下和图 3-6 的不完备观测信息条件下对结构材料本构参数 E_1 的识别结果可知，在一定的噪声水平下，两种方法均能较好的识别出结构材料的本构模型参数 E_1。当输出信息完备时，识别速度更快，识别结果也能更快的达到稳定，但不完备输出信息下的识别结果在 3 秒后也能够趋于稳定，

并且识别值与真实值之间的也能够达到实际工程的要求，识别效果良好。以上说明基于 UKF 的结构材料本构模型参数识别方法可以在观测信息不完备的情况下应用，增加了这种识别方法在实际工程中应用的可能性。

3.3.2 缩减状态量的 UKF 参数识别

上一节通过数值仿真算例验证了基于不完备输出信息条件下 UKF 对结构材料本构模型参数E_1具有较理想的识别效果，但结构的计算效率比较低。状态量为 12 个自由度上的位移和速度和本构模型参数E_1共 25 个元素，由于在 UKF 识别算法的预测步需要对状态量进行离散化进行σ采样，每一个状态分量都离散化为 51（2n+1）个采样点，再带入状态方程进行非线性变换，大大增加了 UKF 的计算量，严重降低了识别算法的计算效率。而且随着结构自由度数的增多，以及材料本构模型的复杂性增加，即要识别的本构参数增多，UKF 识别算法中状态量数目必然随之增加，导致预算矩阵维数增加，这不仅使识别过程的计算效率严重降低，而且会影响识别的精度，甚至导致识别过程中断。

本节提出一种缩减变量的无迹卡尔曼滤波器（RUKF）识别算法，该方法中的待识别状态量中仅仅为结构的物理参数，不包括结构运动参数。针对非线性结构系统的材料本构模型参数识别，RUKF 识别算法的状态量仅仅为本构模型参数，没有各个自由度上的位移和速度，这使识别算法中运算矩阵大幅度减小，提高效率，它的基本原理如下：

RUKF 进行结构本构模型参数识别时，取状态向量

$$\mathbf{Z}(t)=\boldsymbol{\theta} \tag{3-10}$$

其中，向量$\boldsymbol{\theta}$为结构的物理参数，本文研究非线性结构的本构模型识别，所以参数选取非线性本构模型参数，同样认为参数时时不变的，即$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{i}}=0$（i=1,2,⋯,m），m 为本构模型参数的个数，由于状态量中没有结构的运动信息，因此在状态方程中无法体现系统模型信息，则系统识别离散的状态方程为

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{k}}=\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{k}-1}+\mathbf{v}(t) \tag{3-11}$$

式中，状态量的采样点无需进行非线性变换，向量$\mathbf{v}(t)$为过程噪声，均值为零并符合高斯分布。

本节基于结构的不完备动态响应进行结构材料本构模型参数识别研究，所以观测量选取结构各结点水平自由度的加速度响应

$$\mathbf{Y}(t)=\left[\ddot{\mathbf{x}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{3-12}$$

则系统离散的观测方程为

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k}}=h\left(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{k-1}}\right)+\mathbf{w}(t) \tag{3-13}$$

式中，函数$h(\bullet)$为非线性隐式函数，用于由状态量得到观测量的计算，向量$\mathrm{w}(t)$为观测噪声，均值为零并符合高斯分布。

基于上述状态方程（3-11），观测方程（3-13）及 RUKF 识别算法即可进行结构本构模型参数的识别，识别流程如下：

（1）选用 El Centro（1940，NS）地震波作为结构的输入荷载。

（2）预测结构初始本构模型参数，初始预测值会由于对模型的经验估计误差而不准确。

（3）采集各结点水平自由度上的加速度响应作为观测值。

（4）应用 RUKF 算法，基于状态方程和观测方程进行结构材料本构模型参数的识别。

3.3.3 数值仿真分析

为了验证 RUKF 识别方法的准确性，针对 3.3 节算例中的结构，采用 RUKF 方法识别结构的材料本构模型参数。双线性本构模型参数中，假设屈服应力σ_t已知，并且知刚度E_1和E_2之间存在比例关系$E_2=E_1/100$。采用 RUKF 方法识别结构的材料本构模型参数E_1和E_2，仅仅将所要识别的参数E_1作为结构的状态量，观测量选用结构 2、3、4 结点的水平加速度。另外，为更好地模拟实际情况，对观测量加速度施加噪声，噪声水平为 3%，噪声的施加方法如式（3-6）所示。

结构材料本构模型参数识别的状态方程和观测方程如下所示。

$$\left[\mathrm{E}_{1,k}\right]=\left[\mathrm{E}_{1,k-1}\right]+\mathbf{v} \tag{3-14}$$

$$\begin{bmatrix}\ddot{\mathrm{x}}_{1,k}\\ \ddot{\mathrm{x}}_{2,k}\\ \ddot{\mathrm{x}}_{3,k}\end{bmatrix}=h\left(\mathrm{E}_{1,k},\mathrm{u}_k\right)+\mathbf{w} \tag{3-15}$$

其中，$\mathbf{v}$为过程噪声向量，$\mathbf{w}$为观测噪声向量。$\mathbf{v}$和$\mathbf{w}$的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵，$\mathrm{Q}=10^{-11}$，$\mathrm{R}=10^{-3}\times\mathrm{I}_3$。其中状态方程为线性方程，不参与结构动力学方程的计算，观测方程中函数$h(\cdot)$调用有限元非线性分析程序。

在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$\mathrm{M}^0=23,\quad \mathrm{P}^0=10$$

同样，选取 El Centro（1940，NS）地震波施加于结构它的峰值加速度为 1.0g。荷载作用时长为 6 秒，时间步长选用 0.01 秒。

参数预估值与真实值见表 3-2。识别效果如图 3-7 所示。

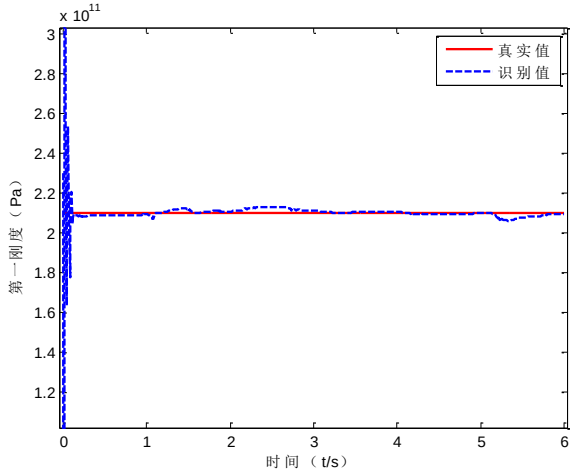

图 3-7　本构参数 E_1 识别时程曲线

对比图 3-5 和图 3-7 可知，在一定的噪声水平下，缩减变量的无迹卡尔曼滤波器（RUKF）识别算法也可以迅速的识别出结构材料本构模型参数 E_1，并且识别结果良好，有效的解决了由于识别状态量过多而导致的计算效率低甚至识别精度问题。

针对本构模型参数 E_2 的识别，在结构未达到屈服时，认为识别算法不参与第二刚度 E_2 的识别，当结构达到屈服时，由于已知刚度 E_1 和 E_2 之间存在比例关系 $E_2 = E_1/100$，所以将参数 E_1 的识别结果缩小 100 倍，便得到第二刚度 E_2 的识别效果，如图 3-8 所示。

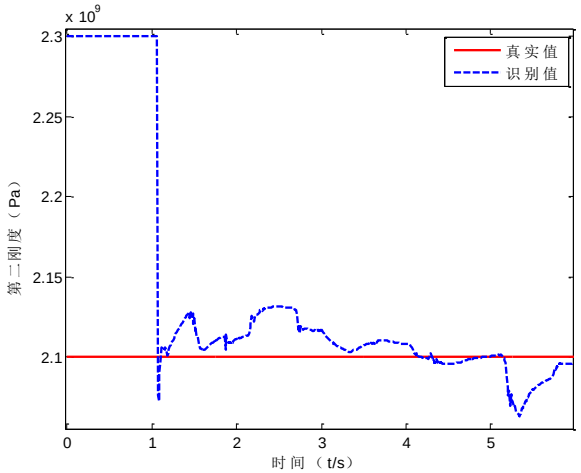

图 3-8　本构参数 E_2 识别时程曲线

将图 3-7 和图 3-8 对比可知，在地震波作用下结构的材料达到屈服后，UKF 识别算法开始同时识别材料双线性本构模型的第一刚度 E_1 和第二刚度 E_2，这就导

致未屈服前已经趋于稳定的第一刚度E_1识别值再次发生波动，但波动幅度已经很小，只是在真实值上下作小范围变化，满足识别的精度要求，而第二刚度E_2的识别结果虽然波动幅度比较大，在 6 秒的时间内也没有趋于稳定，但能够保证在真实值 5%的范围内，满足实际工程中识别的精度要求。因此，在已知屈服应力σ_t和E_2=E_1/100 的情况下，RUKF 算法能够迅速的识别本构模型参数E_1和E_2，

如果已知本构模型中屈服应力σ_t，第一刚度E_1和第二刚度 E_2为相互独立的未知量，采用 UKF 方法识别结构的材料本构模型参数E_1和E_2。将所要识别的参数E_1和E_2作为结构的状态量，观测量选用结构 2，3，4 结点水平自由度上的加速度x_a，噪声施加方法不变。则结构材料本构模型参数识别的状态方程和观测方程如下所示。

$$\begin{bmatrix} E_{1,k} \\ E_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1,k-1} \\ E_{2,k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \tag{3-16}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \ddot{x}_{3,k} \end{bmatrix} = h\left(E_{1,k}, E_{2,k}, u_k\right) + \mathbf{w} \tag{3-17}$$

其中，**v**为过程噪声向量，**w**为观测噪声向量。**v**和**w**的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵，$Q = 10^{-11} \times I_2$，$R = 10^{-3} \times I_3$。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0 = \begin{bmatrix} 23 & 23 \end{bmatrix}^T$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0.00182 \end{bmatrix}$$

将 El Centro（1940，NS）地震波作为结构的输入荷载，峰值加速度调整为 1.0g。荷载作用时长为 6 秒，计算步长 0.01 秒。

识别参数预估值与真实值见表 3-3。

表 3-3　识别参数预估值与真实值

状态量参数	真实值	预估值
刚度E_1（GPa）	210	230
刚度E_2（GPa）	2.1	2.3

第一刚度E_1和第二刚度E_2的识别效果见图 3-9 和图 3-10。

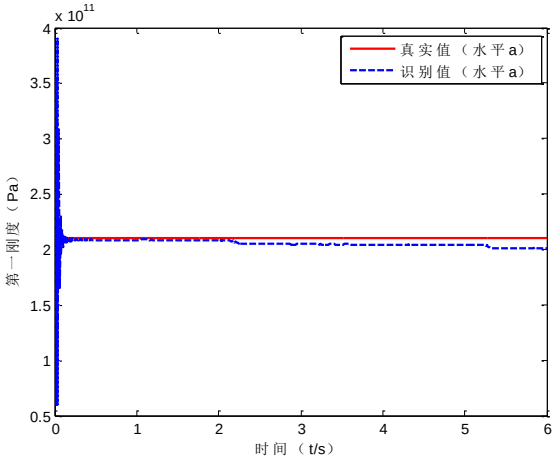

图 3-9　本构参数E_1识别时程曲线

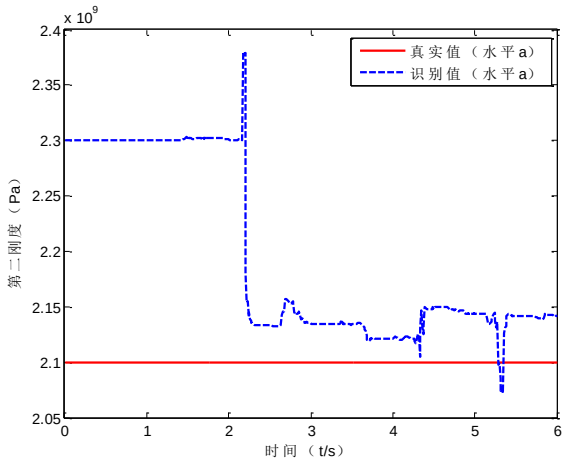

图 3-10　本构参数E_2识别时程曲线

将图 3-9 和图 3-10 对比可知，同上一个算例第一刚度E_1和第二刚度E_2绑定识别相同，在地震波作用下结构材料未达到屈服时，UKF 识别算法仅仅对双线性本构模型的第一刚度E_1进行识别，此时第二刚度E_2保持初始猜测值不发生变化，而E_1在材料屈服前已经迅速的识别出真实值并达到稳定。

当在地震波作用下结构的材料达到屈服后，UKF 识别算法开始同时识别材料双线性本构模型的第一刚度E_1和第二刚度E_2，这就导致未屈服前已经趋于稳定的第一刚度E_1识别值再次发生波动，但波动幅度相比刚开始识别时的波动已经很小，满足识别的精度要求，而第二刚度E_2的识别结果虽然没有上一节绑定识别的效果好，但能够趋近于真实值，能够保证在真实值 5%的范围内，满足实际工程中识别的精度要求。因此，在已知屈服应力σ_t的情况下，RUKF 算法能够较好的识别结构材料本构模型参数E_1和E_2。

实际工程应用时，结构的本构模型参数均为未知量，这就需要基于 RUKF 方

法识别结构的材料本构模型参数E_1、E_2和σ_t。将所要识别的参数E_1、E_2和σ_t都作为结构的状态量，观测量选用结构各结点的水平加速度，噪声施加方法不变。则结构材料本构模型参数识别的状态方程和观测方程如下所示，

$$\begin{bmatrix} E_{1,k} \\ E_{2,k} \\ \sigma_{t,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1,k-1} \\ E_{2,k-1} \\ \sigma_{\tau.k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \tag{3-18}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \ddot{x}_{3,k} \end{bmatrix} = h\left(E_{1,k}, E_{2,k}, \sigma_{t.k}, u_k\right) + \mathbf{w} \tag{3-19}$$

$\mathbf{v}$和$\mathbf{w}$的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0 = \begin{bmatrix} 23 & 23 & 22 \end{bmatrix}^T$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

将 El Centro（1940，NS）地震波作为结构的输入荷载，峰值加速度调整为 1.0g。荷载作用时长为 10 秒，计算步长 0.01 秒。

参数预估值与真实值见表 3-4。

表 3-4　识别参数预估值与真实值

参数	真实值	初始值
本构模型参数E_1（GPa）	210	230
本构模型参数E_2（GPa）	2.1	2.3
本构模型参数σ_t（MPa）	200	220

识别效果见图 3-11，图 3-12 和图 3-13。

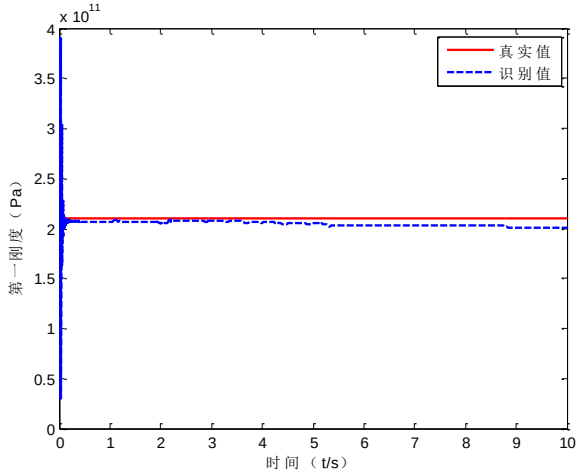

图 3-11　刚度E_1识别时程曲线

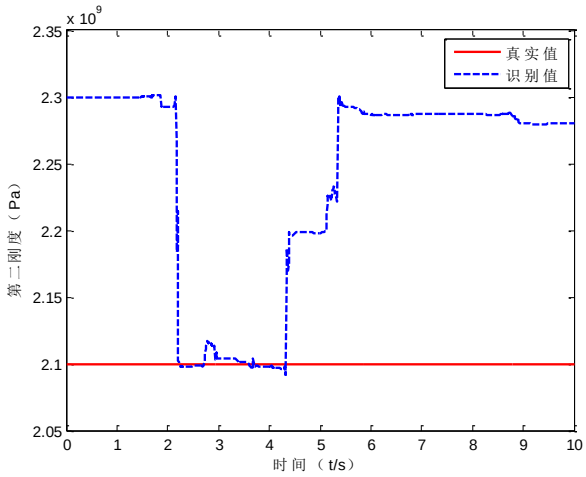

图 3-12　刚度E_2识别时程曲线

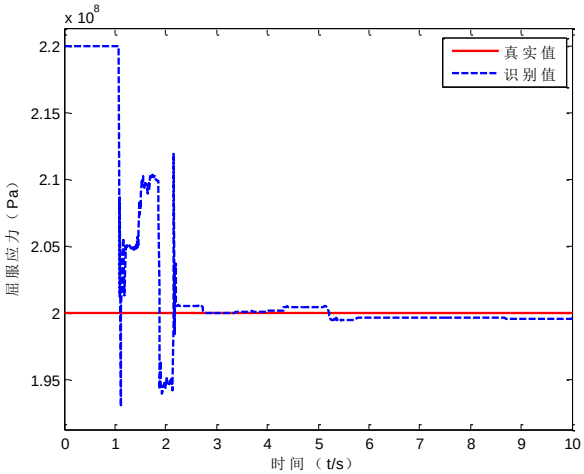

图 3-13　屈服应力σ_t识别时程曲线

由图 3-11 至图 3-13 可见，在材料本构模型参数都未知的情况下，利用 UKF

识别算法识别结构双线性本构模型参数。其中，第一刚度E_1和屈服应力σ_t在刚开始识别时，波动非常大，但能够迅速的向真实值靠拢并趋于稳定，虽然在结构进入非线性阶段时，识别值出现震荡，但并没有偏离真实值，能够满足识别的精度要求。

而第二刚度E_2的识别结果起初趋向于真实值，然而随着时间增长，识别值又逐渐偏离真实值，导致识别结果不稳定，不能满足实际工程应用的要求。分析本构参数E_2识别不是非常理想的原因，本文认为主要是本构模型中的屈服应力σ_t作为待识别参数，在整个识别过程中一直在变化。而屈服应力σ_t作为判别结构材料是否屈服的条件，它的不断变化必然会影响结构材料的切线刚度的选取究竟是第一刚度E_1还是第二刚度E_2，进而导致基于纤维梁柱单元的有限元模型刚度矩阵的不稳定，使结构时程分析的结果不准确，最终使识别反问题的效果不理想。

本文提出的解决方法是对待识别的屈服应力σ_t这一参数施加约束，将其限制在一定范围内，在识别过程中，屈服应力在范围内时，使用识别得到的屈服应力作为判断结构材料是否屈服的条件，在范围外时，使用边界值作为屈服的判断条件。屈服判别值固定后的识别效果见图 3-14，图 3-15 和图 3-16。

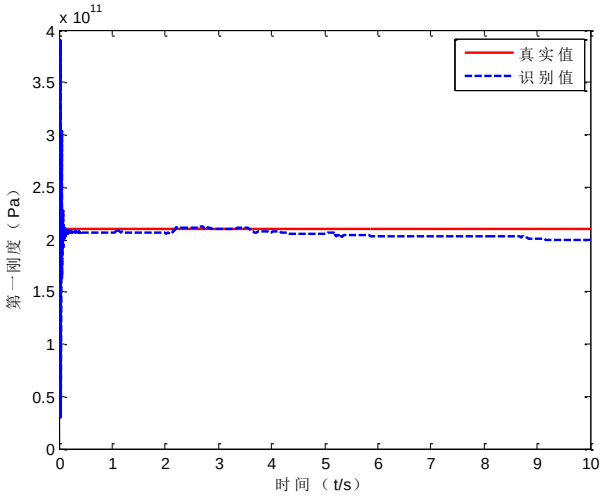

图 3-14　刚度E_1识别时程曲线

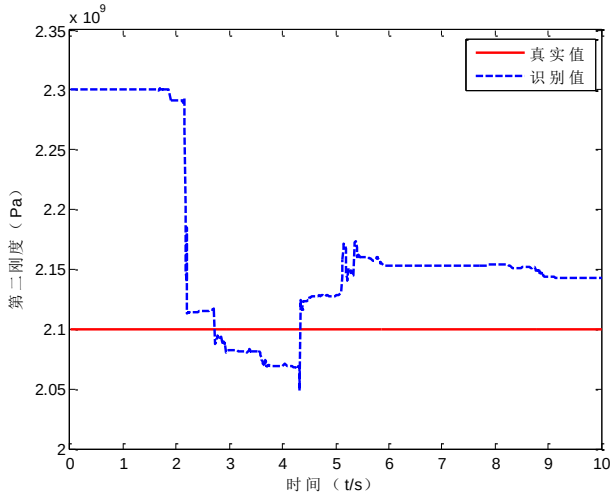

图 3-15　刚度E_2识别时程曲线

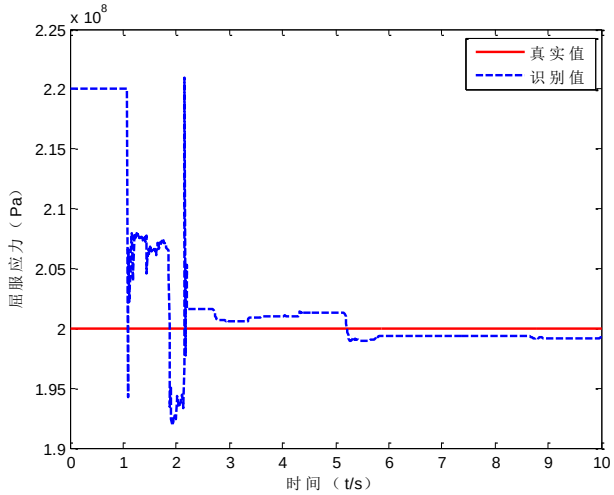

图 3-16　屈服应力σ_t识别时程曲线

由图 3-14 至图 3-16 可知，在对结构的本构参数屈服应力σ_t施加约束后，不仅第一刚度E_1和屈服应力σ_t的识别结果未发生大的改变，识别值能够很好地趋向于真实值，满足实际工程的精度要求，而且第二刚度E_2的识别效果有了很大的改善，将图 3-15 和图 3-12 对比可知，第二刚度E_2的识别值虽然随时间增长仍然偏离真实值，但可以控制在真实值 5%的范围内，满足实际工程应用的精度要求。因此，在结构的材料本构模型参数均未知的情况下，基于 UKF 的识别算法能够将各个参数识别准确。

3.4 本章小结

本章提出一种基于改进 UKF 的结构材料本构模型参数识别方法，该方法通过观测结构的不完备动态响应信息，将其作为观测量实现对本构模型参数的识别。首先，利用已有的纤维有限元模型，对一个三单元层模型进行模态分析，并和弹性梁柱单元建立的模型对比，验证了基于纤维的有限元模型的正确性，然后选用 El Centro 地震波对结构进行非线性时程分析，采集结构所有自由度上的加速度信息，应用所提方法对结构材料本构模型参数进行识别。然后考虑土木工程结构的复杂性，研究了仅仅利用结构水平自由度上的加速度信息，实现不完备测量条件下的 UKF 本构模型参数识别。最后，研究了计算效率更高的改进 UKF 方法，改进的 UKF 算法主要是将原方法中状态量的个数减少，舍去位移和加速度，只把本构模型的参数作为状态量。并通过三种情况的数值仿真，验证改进 UKF 方法的准确性。总结以上工作，本章主要得到以下结论：

（1）在结构输入荷载已知的情况下，基于 UKF 的本构模型参数识别方法可以有效、准确的识别出双线性本构模型参数。

（2）不完备测量条件下，基于 UKF 的本构模型参数识别方法可以依靠有限自由度上的加速度响应，准确的识别出双线性本构模型参数。

（3）缩减状态量的 UKF 识别算法，可以高效，准确的完成结构材料本构模型参数的识别，并且算法具有较好的抗噪性。

第 4 章　本构模型参数与荷载同步识别方法

4.1 引言

本文在第三章提出了基于 UKF 的结构材料本构模型参数识别的方法，但应用时须准确的测量结构所受外荷载。然而在实际工程应用中，结构的外荷载通常是未知的。例如在地震过程中，虽然可以通过对地面加速度记录的测量得到地面加速度时程曲线，从而评估结构体系所受的地震作用。但是在地震过程中，结构所处的荷载环境十分复杂，常常受到多重荷载与地震的耦合作用，例如地震灾害过程中结构间的碰撞、交通荷载对桥梁结构的作用，输电线塔导线对输电线塔主体结构的作用，爆炸、火灾等导致的温度场变化对结构的作用等等。这一系列因素导致我们无法准确获知结构所受荷载。另外，结构所受外荷载和结构的材料本构模型参数都将影响结构响应，导致单纯的结构参数识别或者荷载识别往往都不能取得准确结果。

基于动态响应信息的荷载与本构同步识别方法成为近几年结构系统识别的热点之一。Zhang[56]等人将未知荷载正交分解，提出了基于线性结构不完备响应信息灵敏度的同步识别方法。Ding 等人[51]针对子结构的响应信息，提出一种荷载与结构损伤的同步识别方法。赵博宇[31]基于结构不完备响应信息，提出了荷载与结构 Bouc-Wen 模型同步识别方法。但是上述同步识别方法仍然不能从结构材料本构层次完成结构的系统识别，而且已有的识别方法在噪声较大时的识别结果不够准确。

针对以上问题，本章提出一种新的基于有限元模型的时域非线性结构荷载与材料本构模型参数同步识别方法。该方法基于 UKF 识别算法，假定结构所受荷载为正弦激励，将荷载的幅值和频率作为待识别参数，通过结构的不完备动态响应信息来实现对本构参数和荷载参数的同步识别。在数值仿真分析和验证的过程中，本文利用纤维单元建立有限元模型进行结构时程分析，以结构的加速度作为测量信息，应用所提方法对结构材料本构模型参数和正弦荷载参数进行同步识别，取得了较好的效果。

4.2 双线性本构与荷载同步识别方法

4.2.1 同步识别方法实现步骤

具有多自由度的非线性结构体系，其结构运动微分方程如式（3-1）所示，结构上作用有外荷载，本章的荷载形式选用正弦激励，如式（4-1）所示：

$$\mathrm{F} = \mathrm{A}\sin\left(\mathrm{B}t\right) \tag{4-1}$$

将结构的荷载形式带入结构运动微分方程后得到下式：

$$\mathbf{M}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_1(t)\\ \ddot{x}_2(t)\\ \vdots\\ \ddot{x}_n(t)\end{Bmatrix}+\mathbf{C}\begin{Bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \vdots\\ \dot{x}_n(t)\end{Bmatrix}+\mathbf{K}\begin{Bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ \vdots\\ x_n(t)\end{Bmatrix}=\mathbf{L}A\sin(Bt) \tag{4-2}$$

式中，$\mathbf{x}(t)=\left[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)\right]^T$——结构结点位移

$\mathbf{M}$——质量矩阵

$\mathbf{C}$——阻尼矩阵

$\mathbf{K}$——刚度矩阵

A,B——外荷载系数

$\mathbf{L}$——荷载作用位置

进行同步识别时，取状态向量

$$\mathbf{Z}(t)=\left[\mathbf{x}(t),\dot{\mathbf{x}}(t),\boldsymbol{\varphi}\right]^{\mathbf{T}} \tag{4-3}$$

其中，向量$\boldsymbol{\varphi}$为荷载参数和结构的本构模型参数，同样认为参数是时不变的，即$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_i=0$（$i=1,2,\cdots,m$），m 为荷载参数和本构模型参数总共的个数，则系统离散的状态方程为

$$\mathbf{Z}_k=f\left(\mathbf{x}_{k-1},\dot{\mathbf{x}}_{k-1},\boldsymbol{\varphi}_{k-1}\right)+\mathbf{v}(t) \tag{4-4}$$

式中，函数$f(\cdot)$是状态量离散后的采样点进行非线性变换的传递依据，向量$\mathbf{v}(t)$为过程噪声，均值为零并符合高斯分布。

本文基于结构的动态响应进行荷载与结构本构参数的同步识别研究，所以观测量选取各自由度的加速度响应，如下所示，

$$\mathbf{Y}(t)=\left[\ddot{\mathbf{x}}(t)\right]^T \tag{4-5}$$

则系统离散的观测方程为

$$\ddot{\mathbf{x}}_k=h(\mathbf{x}_{k-1},\dot{\mathbf{x}}_{k-1},\boldsymbol{\varphi}_{k-1})+\mathbf{w}(t) \tag{4-6}$$

式中，函数$h(\cdot)$用于由状态量得到观测量的计算值，向量$\mathbf{w}(t)$为观测噪声，均值为零并符合高斯分布。

基于上述状态方程（4-4），观测方程（4-6）及 UKF 识别算法，就可以同步识别外荷载与材料本构模型参数，同步识别方法的步骤是：

（1）选用正弦激励$F=A\sin(Bt)$作为结构的输入荷载，其中荷载幅值 A，荷载频率 B 为时不变参数。

（2）估计输入荷载和结构本构模型的初始参数。

（3）采集结构在受力过程中的的动态响应信息，将加速度响应作为观测值。

（4）应用 UKF 算法，基于状态方程和观测方程进行结构荷载与材料本构模型参数的同步识别。

4.2.2 数值仿真分析

为了验证 UKF 对于结构输入荷载和材料双线性模型参数的同步识别能力，本文采用 UKF 对图 3-1 所示三单元结构的材料进行识别。结构的荷载选用正弦波，材料本构模型采用双线性模型，如图 2-2 所示。结构单元与材料本构模型的相关参数与第三章保持一致。

首先，利用 Matlab 建立的有限元动力非线性分析程序，对结构进行动力学正问题的计算，荷载形式选用式（4-1）所示的正弦激励，其中幅值 A 为 10，频率 B 为 8，荷载如下图 4-1 所示。

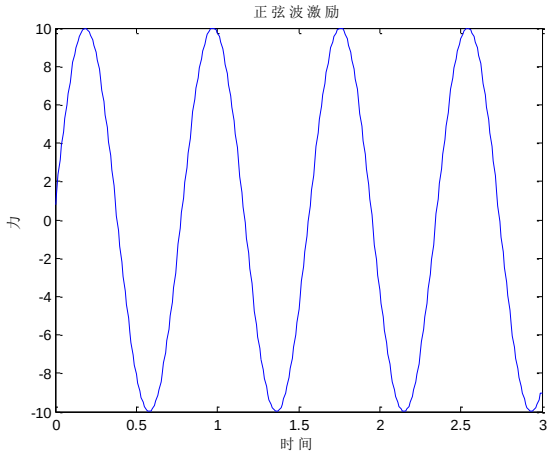

图 4-1　正弦波激励

因为后期反问题识别过程中，将结构的加速度当做观测量，所以在进行动力学正问题研究时，需要得到结构的加速度时程曲线，针对本文的三单元层模型，将结点 4 的横向加速度时程曲线画出，如图 4-2 所示。

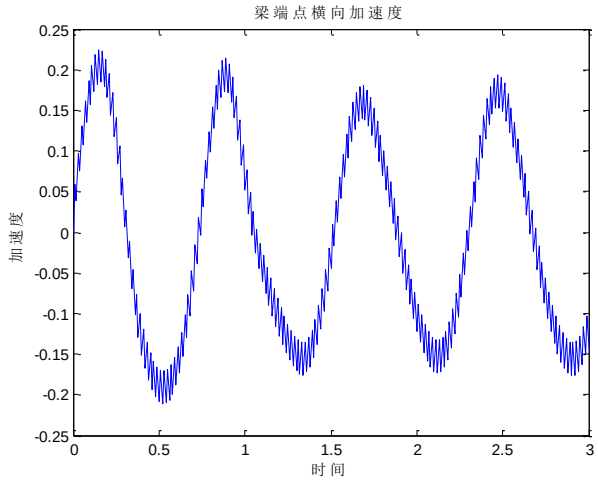

图 4-2　加速度时程曲线

得到结构单元 1 第 20 层纤维的应力应变关系曲线，如图 3-4 所示。

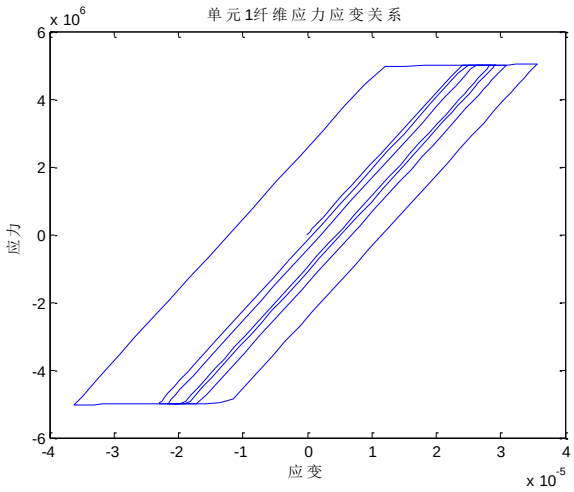

图 4-3　单元 1 纤维应力应变曲线

综合上述，可知本文建立的非线性有限元分析程序可以进行对三单元的层模型进行动力非线性分析，模拟结构在正弦波激励作用下的动态响应，进而由得到的动态响应识别结构的本构模型参数以及输入荷载信息。

那么，基于上述动力学正问题计算，本算例假设双线性本构模型中屈服应力σ_t已知，并且第二刚度E_2与第一刚度E_1之间存在比例关系E_2=E_1/100。将本构模型中第一刚度E_1，以及正弦波激励的幅值 A 和频率 B 作为待识别参数，即式（4-4）和（4-6）中的向量$\boldsymbol{\varphi}=[\mathrm{E}_1,\mathrm{A},\mathrm{B}]^{\mathrm{T}}$。本算例采用无迹卡尔曼滤波器算法（UKF），状态量选用各个自由度上的位移和速度以及三个待识别参数，观测量选用结构各个自由度的加速度a。另外，为更好地模拟实际情况，对观测量加速度施加噪声，噪声水平为 3%，噪声的施加方法如下式所示，

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{m}} = \ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{P}} N_{\mathrm{noise}} \sigma(\ddot{\mathbf{x}}) \tag{4-7}$$

其中，E_{P} 为噪声水平，N_{noise} 是标准正态分布，$\sigma(\ddot{\mathbf{x}})$ 为加速度测量值的标准差。同样，进行结构材料本构模型参数识别所必需的状态方程和观测方程如下式（4-8）和式（4-9）所示。

状态方程：

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}} & \cdots & \mathrm{x}_{12,\mathrm{k}} & \dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}} & \cdots & \dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}} & \mathrm{E}_{1,\mathrm{k}} & \mathrm{A}_{\mathrm{k}} & \mathrm{B}_{\mathrm{k}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ &\qquad = f\left(\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}-1},\ldots,\mathrm{x}_{12,\mathrm{k}-1},\dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}-1},\ldots,\dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}-1},\mathrm{E}_{1,\mathrm{k}-1},\mathrm{A}_{\mathrm{k}},\mathrm{B}_{\mathrm{k}},\mathrm{u}_{\mathrm{k}-1}\right)+\mathbf{v}\end{aligned} \tag{4-8}$$

观测方程：

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\ddot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}} & \ddot{\mathrm{x}}_{2,\mathrm{k}} & \cdots & \ddot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ &\qquad = h\left(\mathrm{x}_{1,\mathrm{k}},\ldots,\mathrm{x}_{12,\mathrm{k}},\dot{\mathrm{x}}_{1,\mathrm{k}},\ldots,\dot{\mathrm{x}}_{12,\mathrm{k}},\mathrm{E}_{1,\mathrm{k}},\mathrm{A}_{\mathrm{k}},\mathrm{B}_{\mathrm{k}},\mathrm{u}_{\mathrm{k}}\right)+\mathbf{w}\end{aligned} \tag{4-9}$$

其中，$\mathbf{v}$ 为过程噪声向量。$\mathbf{w}$ 为观测噪声向量。$\mathbf{v}$ 和 $\mathbf{w}$ 的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$\mathrm{M}^0 = \begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 23 & 10 & 5\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{27\times 1}$$

$$\mathrm{P}^0 = \begin{bmatrix}10^{-8}\times I_{24} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 5 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

参数预估值与真实值见表 4-1。

表 4-1　待识别参数初值与真值

参数	真实值	初始值
本构模型参数E_1（GPa）	210	230
荷载参数A	9	10
荷载参数B	4	5

对于非线性结构，观测方程中函数 $h(\cdot)$有时不能显示表达，本算例为调用非线性分析程序。那么结合 UKF 识别算法以及状态方程（4-8），观测方程（4-9），可进行结构荷载与材料本构模型参数的同步识别，识别效果见图 4-4 至图 4-7。

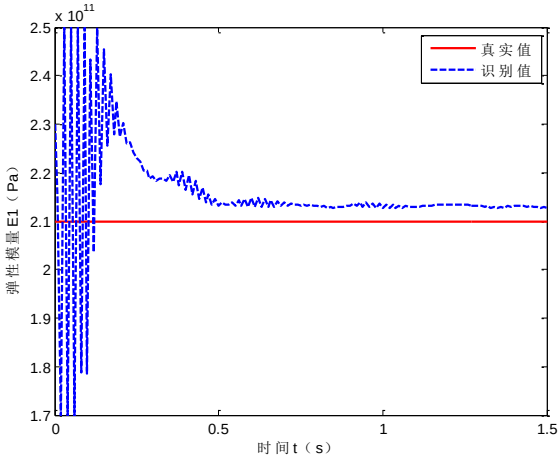

图 4-4　刚度E_1识别时程曲线

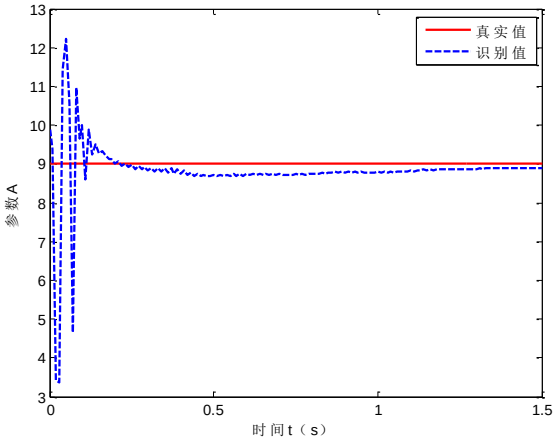

图 4-5　荷载参数A识别时程曲线

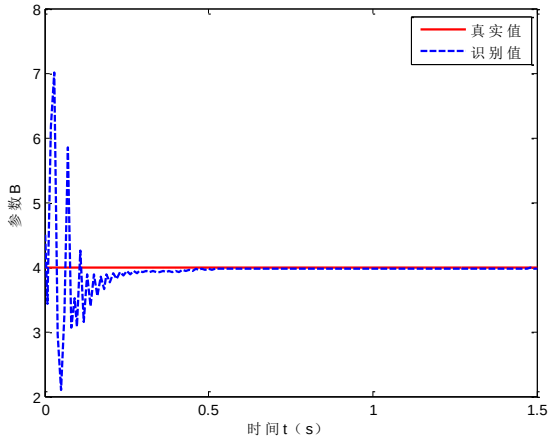

图 4-6　荷载参数B识别时程曲线

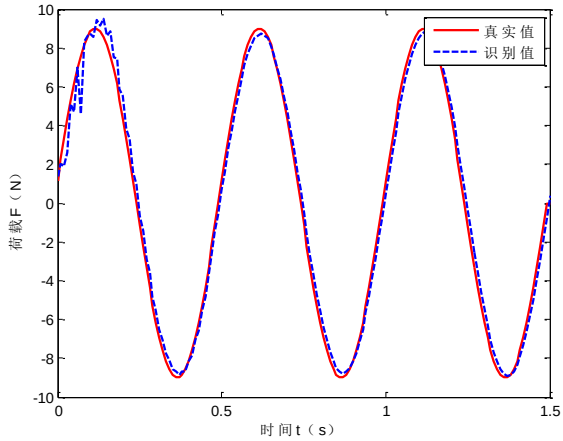

图 4-7　荷载识别时程曲线

由图 4-4 至图 4-7 可知，屈服应力σ_t已知，并且第二刚度E_2与第一刚度E_1之间存在比例关系E_2=E_1/100，虽然第一刚度E_1和荷载参数的识别值刚开始波动比较剧烈，1 秒后，识别值都能够准确的趋近于真实值，并保持稳定。因此，无迹卡尔曼滤波器（UKF）在一定的噪声水平下，可以同步识别结构输入的正弦波荷载和结构材料本构模型参数E_1的同步识别。

4.3 改进本构参数与荷载同步识别方法

上一节通过数值仿真算例，验证了基于结构加速度响应信息条件下 UKF 对荷载和结构材料本构模型参数E_1具有较理想的同步识别效果，但结构的计算效率非常低。状态量为 12 个自由度上的位移和速度，荷载参数 A，B 以及本构模型参数E_1共 27 个元素，由于在 UKF 识别算法的预测步需要对状态量进行离散化进行σ采样，每一个状态分量都离散化为 55（2n+1）个采样点，再带入状态方程进行非线性变换，大大增加了 UKF 的计算量，严重降低了识别算法的计算效率。而且随着结构自由度数的增多，以及材料本构模型的复杂性增加，即要识别的本构参数增多，UKF 识别算法中状态量数目必然随之增加，导致运算矩阵维数增加，这不仅使识别过程的计算效率严重降低，而且会影响识别的精度，甚至导致识别过程中断。

4.3.1 缩减状态量的 UKF 同步识别

本章应用第三章提出的缩减变量的无迹卡尔曼滤波器（RUKF）识别算法。针对本文非线性结构系统的荷载与材料本构模型参数同步识别，RUKF 识别算法的状态量仅仅为荷载参数和本构模型参数，没有各个自由度上的位移和速度，这使识别算法中运算矩阵大幅度减小，大大提高了识别效率，RUKF 的基本原理如下：

RUKF 进行荷载与结构本构模型参数同步识别时，取状态向量

$$\mathbf{Z}(t)=\boldsymbol{\varphi} \tag{4-10}$$

其中，向量为$\boldsymbol{\varphi}$荷载参数和结构的物理参数，本文研究非线性结构的荷载与本构模型同步识别，所以参数选取荷载参数和非线性本构模型参数，同样认为参数是时不变的，即$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathrm{i}}=0$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{m}$），m 为荷载参数和本构模型参数总共个数，由于状态量中没有结构的运动信息，因此在状态方程中无法体现系统模型信息，则系统识别离散的状态方程为

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{k}}=\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{k-1}}+\mathbf{v}(t) \tag{4-11}$$

式中，状态量的采样点无需进行非线性变换，向量$\mathbf{v}(t)$为过程噪声，均值为零并符合高斯分布。

本节利用结构的加速度时程响应进行结构所受荷载与结构材料本构模型参数的同步识别研究，所以观测量选取结构各结点自由度的加速度响应

$$\mathbf{Y}(t)=\left[\ddot{\mathbf{x}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{4-12}$$

则系统离散的观测方程为

$$\ddot{\mathbf{x}}_{\mathrm{k}}=h(\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{k-1}})+\mathbf{w}(t) \tag{4-13}$$

式中，函数$h(\cdot)$为非线性隐式函数，用于由状态量得到观测量的计算，向量$\mathbf{w}(t)$为观测噪声，均值为零并符合高斯分布。

基于上述状态方程（4-11），观测方程（4-13）及 RUKF 识别算法即可进行结构本构模型参数的识别，识别流程如下：

（1）选用正弦激励$\mathrm{F}=\mathrm{A}\sin(\mathrm{B}t)$作为结构的输入荷载，其中荷载幅值 A，荷载频率 B 为时不变参数。

（2）估计输入荷载和结构本构模型的初始参数。

（3）采集结构的动态响应信息，将各自由度的加速度响应作为观测值。

（4）应用 RUKF 算法，基于状态方程和观测方程进行结构荷载与材料本构模型参数的同步识别。

4.3.2 数值仿真分析

为了验证 RUKF 识别方法的准确性，针对图 3.1 所示结构，采用 RUKF 方法同步识别结构的荷载参数与材料本构模型参数。双线性本构模型参数中，屈服应力σ_{t}已知，并且知道刚度E_1和E_2之间存在比例关系$\mathrm{E}_2=\mathrm{E}_1/100$，仅仅将所要识别的参数$\mathrm{E}_1,\mathrm{A},\mathrm{B}$作为结构的状态量，观测量选用结构各个自由度的加速度$\ddot{\mathbf{x}}(t)$，施加的噪声水平为 3%，施加方法如式（4-7）所示。荷载与本构参数同步识别的状态方程和观测方程如下所示。

$$\begin{bmatrix} E_{1,k} \\ A_k \\ B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1,k-1} \\ A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \tag{4-14}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{12,k} \end{bmatrix} = h\left(E_{1,k}, A_k, B_k, u_k\right) + \mathbf{w} \tag{4-15}$$

其中，**v**为过程噪声向量。**w**为观测噪声向量。**v**和**w**的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0 = \begin{bmatrix} 23 & 10 & 5 \end{bmatrix}^T$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

参数预估值与真实值见表 4-1。识别效果见图 4-8 至图 4-11。

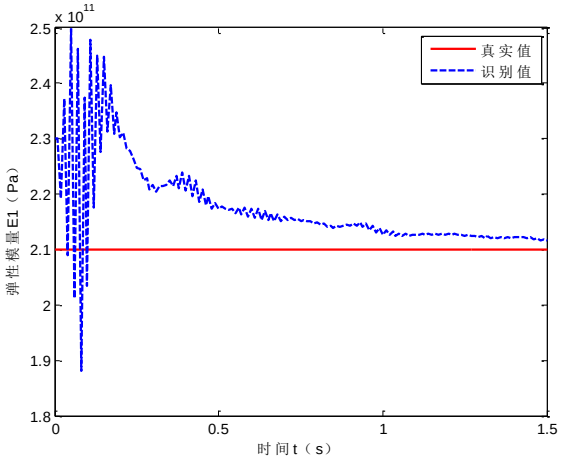

图 4-8　刚度E_1识别时程曲线

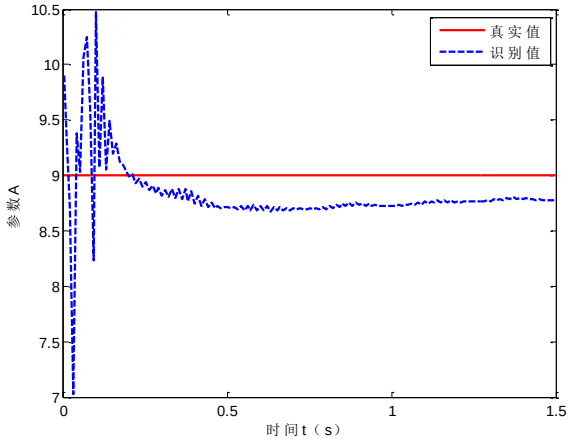

图 4-9　荷载参数A识别时程曲线

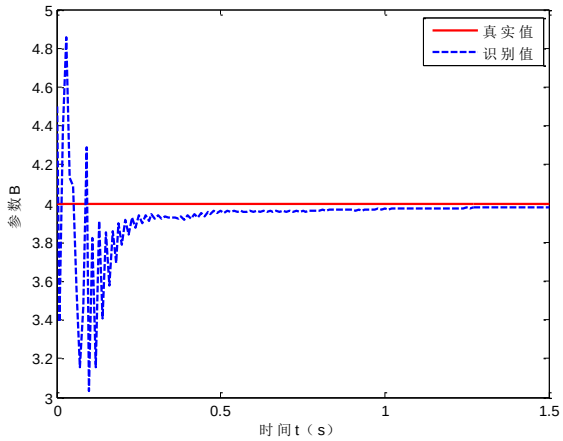

图 4-10　荷载参数B识别时程曲线

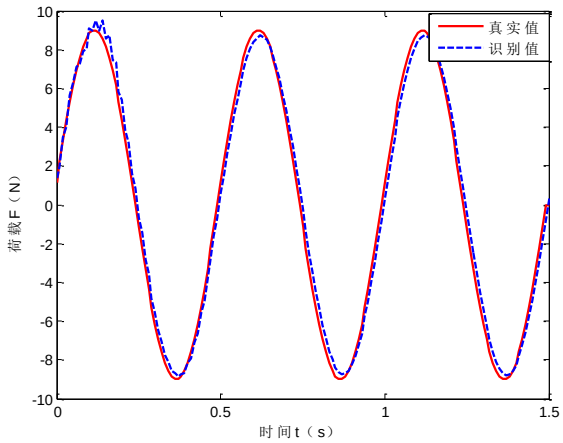

图 4-11　荷载识别时程曲线

由图 4-8 至图 4-11 可见，在已知屈服应力σ_t已知的情况下，缩减状态量的

RUKF 算法能够迅速的识别荷载参数 A，B 以及本构模型参数E_1，有效的解决了由于识别状态量过多而导致的计算效率过于低的问题。

如果已知本构模型中屈服应力σ_t，第一刚度E_1和第二刚度 E_2为相互独立的未知量，采用 RUKF 方法识别结构的材料本构模型参数E_1和E_2。将所要识别的参数E_1, E_2, A, B作为结构的状态量，观测量选用结构水平加速度x_a，施加的噪声水平为 3%。荷载与本构参数同步识别的状态方程和观测方程如下所示。

$$\begin{bmatrix} E_{1,k} \\ E_{2,k} \\ A_k \\ B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1,k-1} \\ E_{2,k-1} \\ A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \tag{4-16}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{12,k} \end{bmatrix} = h\left(E_{1,k}, E_{2,k}, A_k, B_k, u_k\right) + \mathbf{w} \tag{4-17}$$

其中，$\mathbf{v}$为过程噪声向量。$\mathbf{w}$为观测噪声向量。$\mathbf{v}$和$\mathbf{w}$的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0 = \begin{bmatrix} 23 & 23 & 22 & 9 \end{bmatrix}^T$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5\times10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\times10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.2\times10^{-4} \end{bmatrix}$$

作用于结构的荷载选用正弦波$F = 20\sin(8t)$，时长为 1.5 秒，计算的时间步长选为 0.01 秒。参数预估值与真实值见表 4-2。

表 4-2　仿真参数初值与真值

参数	真实值	初始值
本构模型参数E_1（GPa）	210	230
本构模型参数E_2（GPa）	210	230
荷载参数A	20	22
荷载参数B	8	9

识别效果见图 4-12 至图 4-16。

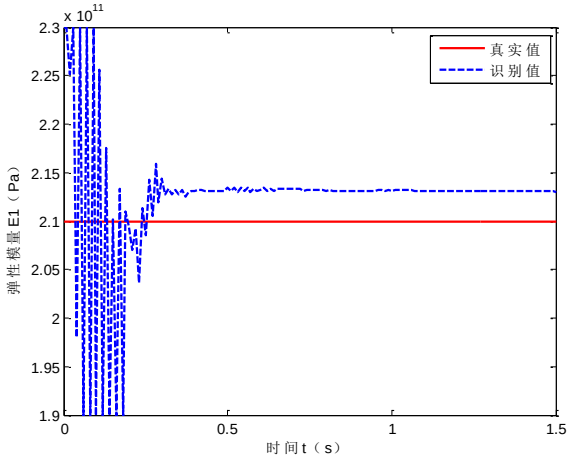

图 4-12　刚度E_1识别时程曲线

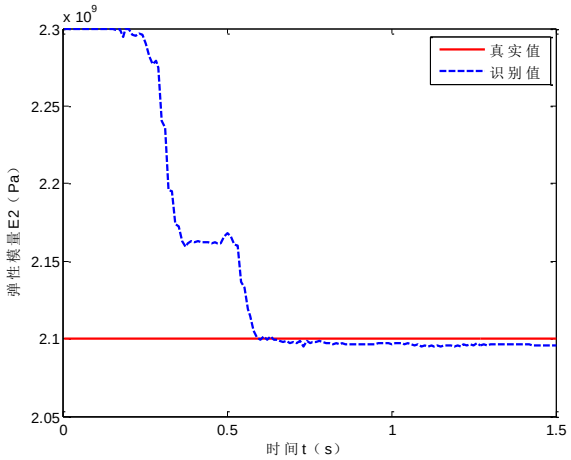

图 4-13　刚度E_2识别时程曲线

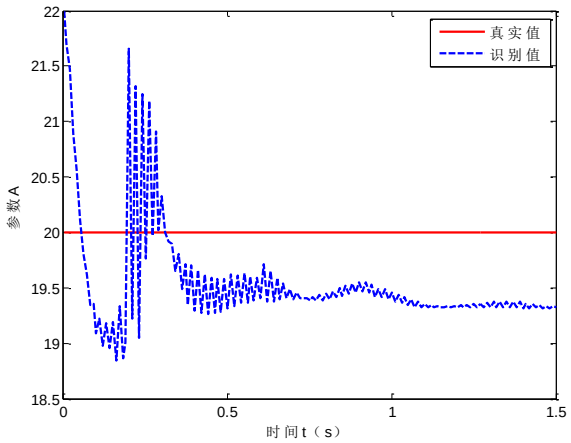

图 4-14　荷载参数A识别时程曲线

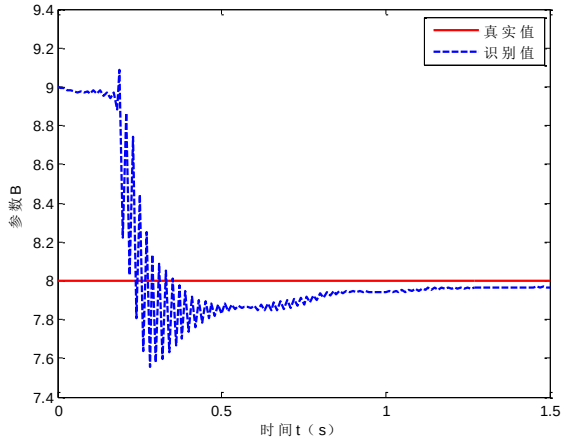

图 4-15　荷载参数B识别时程曲线

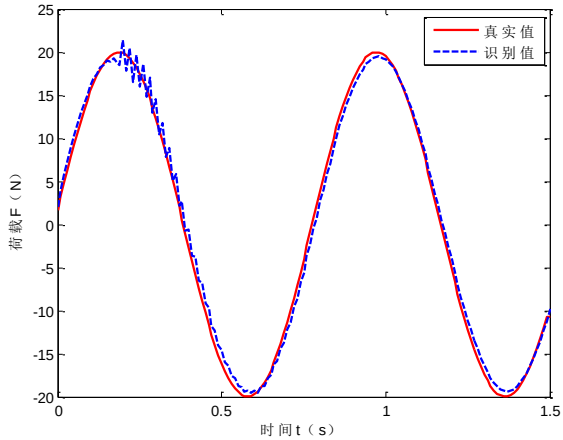

图 4-16　荷载识别时程曲线

由图 4-12 至图 4-16 可见，在已知屈服应力σ_t的情况下，第一刚度E_1和第二刚度E_2作为独立的未知参数，识别值还是能够向真实值靠拢，识别结果最终趋于稳定。荷载参数的识别值也能够满足精度要求。因此，RUKF 算法能够较好的同步识别荷载参数 A，B 和结构材料本构模型参数E_1和E_2。

在实际工程应用时，土木工程结构的本构模型参数均为未知量，这就需要基于 RUKF 方法同步识别荷载参数 A，B 以及结构的材料本构模型参数$\mathrm{E_1}$、$\mathrm{E_2}$和σ_t。将所要识别的参数$\mathrm{E_1, E_2, \sigma_t, A, B}$作为结构的状态量，观测量选用结构水平加速度$\mathrm{x_a}$，噪声水平位 3%。荷载与本构参数同步识别的状态方程和观测方程如下所示。

$$\begin{bmatrix} E_{1,k} \\ E_{2,k} \\ \sigma_{t,k} \\ A_k \\ B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1,k-1} \\ E_{2,k-1} \\ \sigma_{t,k-1} \\ A_{k-1} \\ B_{k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \tag{4-18}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_{1,k} \\ \ddot{x}_{2,k} \\ \ddot{x}_{3,k} \end{bmatrix} = h\left(E_{1,k}, E_{2,k}, \sigma_{t,k}, A_k, B_k, u_k\right) + \mathbf{w} \tag{4-19}$$

其中，$\mathbf{v}$为过程噪声向量。$\mathbf{w}$为观测噪声向量。$\mathbf{v}$和$\mathbf{w}$的平均值都是零，并且都是高斯分布，矩阵 Q 和 R 对应于两种噪声的协方差矩阵。在识别算法的第一步，每个状态量的的预估值组成M^0，与其对应的协方差矩阵定义为P^0。

$$M^0 = \begin{bmatrix} 23 & 23 & 6 & 22 & 9 \end{bmatrix}^T$$

$$P^0 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1\times10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1\times10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\times10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Q = 10^{-11} \times I_5, \quad R = 10^{-3} \times I_3$$

作用于结构的荷载选用正弦波$F = 20\sin(8t)$，时长为 1.5 秒，计算时间步长为 0.01 秒。

参数预估值与真实值见表 4-3。

表 4-3　仿真参数初值与真值

参数	真实值	初始值
本构模型参数E_1（GPa）	210	230
本构模型参数E_2（GPa）	210	230
本构模型参数σ_t（MPa）	5	6
荷载参数A	20	22
荷载参数B	8	9

识别效果见图 4-17 至图 4-22。

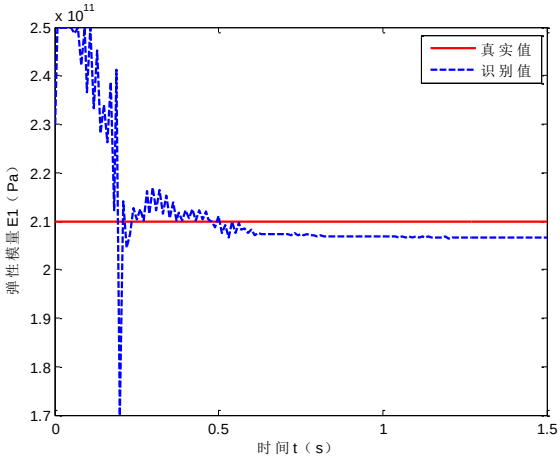

图 4-17　刚度E_1识别时程曲线

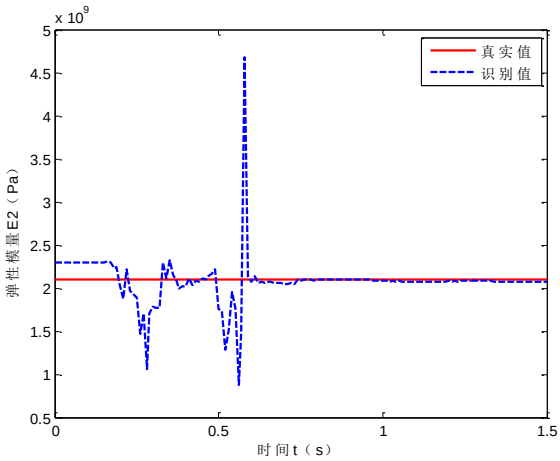

图 4-18　刚度E_2识别时程曲线

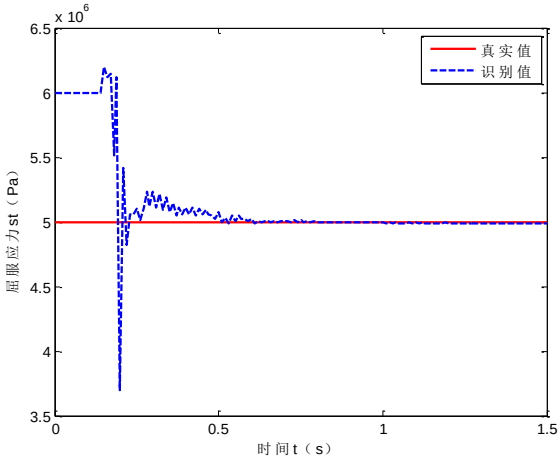

图 4-19　屈服应力σ_t识别时程曲线

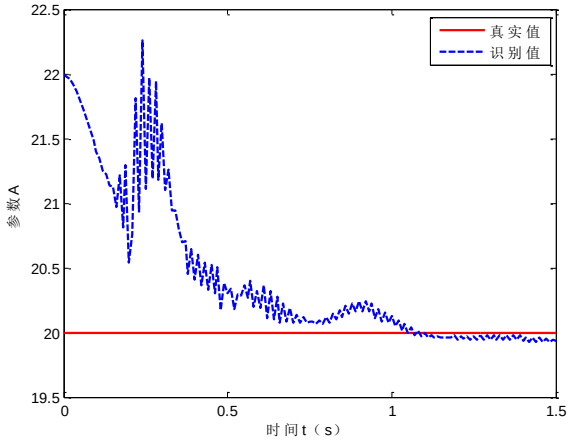

图 4-20　荷载参数A识别时程曲线

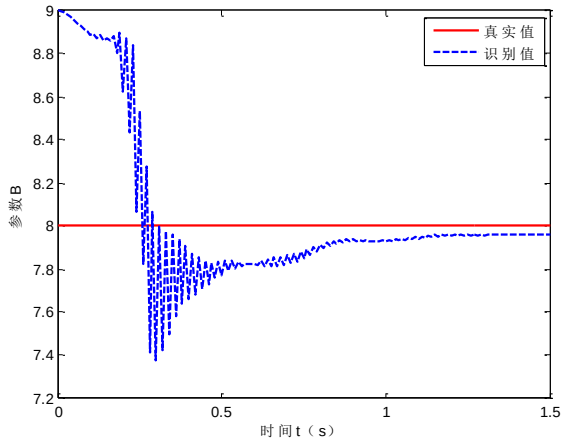

图 4-21　荷载参数B识别时程曲线

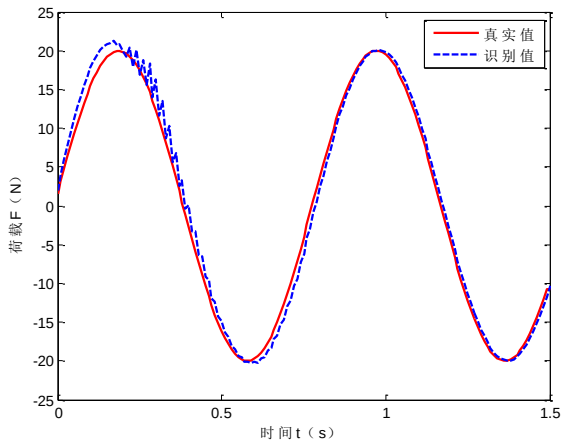

图 4-22　荷载识别时程曲线

由图 4-17 至 4-22 可见，本构模型参数E_1, E_2, σ_t识别时，识别值起初波动较大，

随着时间增长，三个参数同时趋于稳定并与真实值差异很小，而对应的结构荷载参数 A，B，识别值也能够趋向于真实值。所以，在材料本构模型参数都未知的情况下，基于缩减状态量的 UKF 识别方法能够较准确的同步识别出荷载和本构模型参数。

4.4 本章小结

本章以第三章所提的 UKF 材料本构模型参数识别方法为基础，针对一些识别问题中结构的输入荷载无法准确获取这一情况，提出了本构参数与荷载参数的同步识别方法。首先，针对第三章三单元层模型结构的纤维有限元模型，选用正弦波荷载对结构进行非线性时程分析，将结构所有自由度上的加速度信息作为观测量进行反问题研究，应用所提同步识别方法对荷载和结构材料本构模型参数进行同步识别。而后，研究了计算效率更高的改进 UKF 方法，改进的 UKF 算法主要是缩减的状态量，舍去状态量中的位移和速度信息，将荷载幅值 A，频率 B 与结构材料本构参数中的第一刚度E_1，第二刚度 E_2，屈服应力σ_t这些待识别参数作为状态量。最后，通过 3 种不同工况的数值仿真，验证了改进的同步识别算法的可行性。总结以上研究内容，本章主要得到的结论是：

（1）基于 UKF 的材料本构模型参数与荷载参数同步识别方法可以准确、稳定的识别出双线性本构模型参数。

（2）缩减状态量的 UKF 识别算法，可以高效率的完成结构材料本构模型参数和荷载的同步识别，并且算法具有较好的准确性和抗噪性。

（3）不完备测量条件下，基于 UKF 的同步识别方法依靠有限自由度上的加速度响应，还不能实现荷载与本构模型参数的识别。

结论与展望

土木工程结构参数识别的研究是结构健康监测的核心内容，目前已提出的结构参数识别方法的研究对象依然是以线性结构为主，或者研究非线性问题中的滞回模型。但在一些灾害性荷载作用下，结构呈现非线性特性。本文提出了一种基于无迹卡尔曼滤波器（UKF）的结构材料本构模型参数与荷载参数同步识别时域新方法。首先，将结构动态响应信息作为观测量进行反问题研究，提出基于 UKF 的结构材料本构模型参数时域识别方法。其次，考虑到土木工程结构的复杂性，加之现有的测量仪器有限，不可能准确得到结构所有自由度的加速度时程信息。本文仅利用部分自由度的加速度响应作为观测量，实现了不完备测量条件下的本构模型参数识别，另外，考虑到状态量过多导致识别算法计算效率太低，本文提出一种改进的 UKF 识别方法，状态量中仅包含待识别的结构参数，而不包括结构的位移和速度等结构响应，通过三种工况下的数值仿真验证方法的准确性。最后，考虑实际工程中结构所处荷载环境复杂，不能够准确测量结构所受荷载，本文提出了一种基于结构输入荷载信息未知，考虑观测噪声的结构材料本构模型参数与荷载参数同步识别时域新方法，并通过三种工况下的数值仿真，验证所提方法的准确性。

在以上述研究工作为主线的前提下，本文得到的主要结论有：

（1）基于无迹卡尔曼滤波器算法（UKF）的结构材料本构模型参数时域识别新方法，在结构所受荷载已知的情况下，利用完备的加速度测量信息，可以实现材料本构模型参数的识别。在无法实现完备测量的情况下，通过结构部分自由度上的加速度信息，同样可以准确的识别出结构双线性本构模型参数，具有较好的抗噪性。

（2）考虑计算效率所提出的缩减状态量的改进 UKF 本构识别算法，经过三种工况的数值仿真验证，在输入荷载已知的情况下，对非线性材料本构模型参数的识别效果良好，提高了识别的效率。

（3）基于无迹卡尔曼滤波器算法（UKF）所提出的非线性本构模型参数和荷载同步识别方法，在结构输入荷载未知的情况下，实现正弦波荷载和双线性本构模型参数的同步识别，识别结果准确、稳定，具有较好的抗噪性。

（4）所提出的缩减状态量的改进同步识别算法，在结构输入荷载未知的情况下，能够实现正弦波荷载和双线性本构模型参数的同步识别，在不影响识别精度的前提下大大的提高了计算效率。

针对本文基于 UKF 提出的荷载与本构模型同步识别算法，尚有以下问题值得进一步研究：

（1）无论是本构模型参数识别还是荷载与本构模型参数的同步识别，都需要研究相关参数对识别过程和结果的影响，例如识别第一步的预估值，初始协方差矩阵取值，观测量噪声水平的选取以及对应的过程噪声和观测噪声协方差矩阵的选取等等。为提高本文所提识别方法的应用性，有必要发展一套较为完善的参数选取准则。

（2）本文所提本构模型参数识别方法只是进行了双线性本构模型参数的识别研究，针对其他类型本构模型的参数识别效果还有待进一步验证。

（3）本文所提出的荷载与本构同步识别方法虽然可用，但仍然需要将所有自由度上的加速度响应作为观测值，这在实际工程结构中不容易实现。所以，如何利用不完备观测信息来实现同步识别需要进一步研究。

（4）本文所提出的荷载与本构同步识别方法仅仅实现了正弦波荷载未知情况下的同步识别，未进行其他类型荷载时程的识别，当荷载类型未知时的同步识别也没有涉及，需要做进一步研究。

参考文献

[1] 欧进萍.重大工程结构损伤累积、健康监测与安全评定.学科发展战略研究报告土木工程卷[C].科学出版社，2006.

[2] 李宏男等. 结构健康监测[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2004.

[3] 谢强，薛松涛. 土木工程结构健康监测的研究状况与进展[J]. 中国科学基金. 2001, 15(5): 285-288.

[4] 李宏男，李东升. 土木工程结构安全性评估、健康监测及诊断述评[J]. 地震工程与工程振动. 2002, 22(3): 82-90.

[5] 黄天立. 结构系统和损伤识别的若干方法研究[D]. 同济大学, 2007.

[6] 李惠，欧进萍. 斜拉桥结构健康监测系统的设计与实现(Ⅰ):系统设计[J]. 土木工程学报. 2006, 39(4): 39-44.

[7] 周智，欧进萍. 土木工程智能健康监测与诊断系统[J]. 传感器技术. 2001, 20(11): 1-4.

[8] G.W.Housner, L.A.Bergman, T. K. Caughey, et a1.Structural Control：Past，Present,andFuture[J]．Journal of Engineering Mechanics，1997，123(9)：897-971

[9] Housner G W, Bergman L A, Caughey T K, et al. Structural Control: Past, Present, and Future[J]. Journal of Engineering Mechanics. 1997, 123(9): 897-971.

[10] Liu S．C，Yao JTP．Structural identification concept[J]．Journal Structural Division，1978，104(12)．

[11] Sorenson H. W. Least-squares estimation: from Gauss to Kalman[J]. Spectrum, IEEE, 1970, 7(7): 63-68.

[12] 朱艺勇, 姚富强, 王厚生, 李永贵, 朱勇刚. 一种优化的自适应总体最小二乘辨识法. 系统仿真学报，2008，20(18)：4843-4846

[13] 岳珠. 加权最小二乘估计的影响探测[J]. 山西师大学报, 1997, 11(4): 1-4.

[14] 刘轩黄. 严格的最小二乘递推算法[J]. 海南大学学报, 2000, 3: 15-22.

[15] 李守巨, 刘迎曦, 王登刚等. 岩石和混凝土材料参数识别的修正高斯-牛顿算法[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 93-96.

[16] 张健. 自适应子结构拟动力试验方法[D]. 哈尔滨工业大学, 2010.

[17] 王涛，吴斌，张健. 基于最小二乘法的自适应拟动力子结构试验[J].结构工程师，2011,27（1）:58-62.

[18] Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.

[19] 陆传赉, 随机过程. 工程系统中的随机过程[M]. 电子工业出版社, 2000.

[20] Julier S. J, Uhlmann J. K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering

nonlinear systems[C]//American Control Conference, 1995. Proceedings of the. IEEE, 1995, 3: 1628-1632.

[21] 潘泉，杨峰，叶亮,等.一类非线性滤波器——UKF 综述[J]. 控制与决策，2005, 20(5): 481.

[22] 谢强，唐和生，邸元. SVD-Unscented 卡尔曼滤波的非线性结构系统识别[J]. 应用力学学报, 2008, 25(1): 57-61.

[23] 高社生，王建超，焦雅林. 自适应 SVD-UKF 算法及在组合导航的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(6): 737-742.

[24] Stefano M, Aldo G. Unscented Kalman Filtering for Nonlinear Structural Dynamics [J]. Nonlinear Dyn, 2007,49: 131-150.

[25] Wu M L, Smith A. Real-time parameter estimation for degrading and pinching hysteretic models [J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2008, 43: 822-833.

[26] Eleni N C, Andrew W S. The Unscented Kalman Filter and Particle Filter Methods for Nonlinear Structural System Identification with Non-collocated Heterogeneous Sensing [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2009, 16: 99-123.

[27] 刘亚辉. 输入和输出部分观测情况下的结构局部损伤诊断方法研究[D]. 厦门：厦门大学，2009.

[28] 谢献忠，易伟建，陈文新. 钢筋混凝土框架结构模型动力识别试验研究[J]. 工程力学, 2009 (007): 170-175.

[29] 徐丽，易伟健，吴高烈等. 混凝土框架模型结构参数的识别[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(4): 121-126.

[30] 王涛，吴斌.基于约束 UKF 模型更新的混合试验方法[J].地震工程与工程振动，2013,33（5）：100-109.

[31] 赵博宇. 基于部分观测信息的结构参数与荷载同步识别时域新方法[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2013.

[32] Song W, Dyke S. Real-Time Dynamic Model Updating of a Hys-Teretic Structural System[J]. Journal of Structural Engineering, 2013.

[33] Mahnken R, Stein E. A unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of the finite element method [J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1996, 136(3): 225-258.

[34] Chaparro B M, Thuillier S, Menezes L F, et al. Material parameters identification: Gradient-based, genetic and hybrid optimization algorithms [J]. Computational Materials Science, 2008, 44(2): 339-346.

[35] Grédiac M, Pierron F. Identifying constitutive parameters from heterogeneous

strain fields using the Virtual Fields Method [J]. Procedia IUTAM, 2012, 4: 48-53.

[36] 沈新普，曹鹏. 一个基于塑性的损伤本构模型的参数辨识[J].实验力学，2006,21（5）.

[37] 李昊煜. RPC 材料的塑性损伤本构模型参数识别及有限元验证[D]. 北京交通大学，2009

[38] 李继良，高谦，任天贵，朱建明. 工程材料本构模型辨识及参数反演新方法[J]. 河北理工学院学报，2000,22（4）：1-10.

[39] 王刚，马震岳. 基于遗传算法的带缝重力坝弹性模量反分析[J]. 大连理工大学学报, 2009, 49(2): 261-266.

[40] 李守巨，刘迎曦，陈昌林，等. 基于混合遗传算法的混凝土大坝力学参数反演[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(2): 195-199.

[41] M. Hoshiya, O. Maruyma. Identification of Running Load and Beam System. Journal of Engineering Mechanics. 1992, 113(6):813-824.

[42] D. Wang, A. Haldar. Element-level System Identification with Unknown Input. Journal of Engineering Mechanics. 1994, 120(1):159-176.

[43] 李杰，陈隽. 结构参数未知条件下的地震动反演研究. 地震工程与工程振动. 1997, 17(3):27-35.

[44] 陈健云，王建有，林皋. 未知输入下的复合反演研究. 工程力学. 2006, 23(1): 6-10, 16.

[45] 谢献忠，易伟建. 全量补偿复合反演算法的改进及其应用. 工程力学. 2005，22(1):28-32.

[46] 谢献忠，易伟建，刘锡军. 部分输入未知条件下结构动力复合反演的分解算法. 计算力学学报. 2005, 22(6): 745-749.

[47] 冯新，周晶，陈健云. 一种结构参数识别的二阶段法. 计算力学学报. 2002, 19(2):222-225.

[48] X.Q. Zhu, S.S. Law. Damage Detection in Simply Supported Concrete Bridge Structure Under Moving Vehicular Loads. Journal of Vibration and Acoustics, ASME. 2007, 129(1):58-65.

[49] Z.R. Lu, S.S. Law. Identification of System Parameters and Input Force from Output Only. Mechanical Systems and Signal Processing. 2007, 21(5):2099-2111.

[50] S. S. Law, and Y. Ding. Substructure Methods for Structural Condition Assessment", Journal of Sound and Vibration. 2010, 330(15): 3606-3619.

[51] Y. Ding and S. S. Law. Dynamic load assessment of substructure. The 9 th International Conference of Civil and Environmental Engineering, 2010, Dalian,

China.

[52] S. S. Law and Y. Ding. Dynamic Condition Assessment of a Substructure in a Large Civil Infrastructural System. The 6th National Workshop on Nondestructive Evaluation of Civil Infrastructural System (NDECIS'09) Inspection, Monitoring and Diagnosis of Bridges, 2009, Taiwan, China.

[53] 颜炳玲. 纤维模型方法在钢管混凝土拱桥结构中的应用[D]. 济南：山东大学，2008.

[54] 吕西林，金国芳，吴晓涵. 钢筋混凝土结构非线性理论与应用. 上海：同济出版社，1997，87-92

[55] 伍永飞. 钢筋混凝土框架结构静力非线性分析程序研制[D]. 上海：同济大学，2007.

[56] 张坤, 罗绍湘, 段忠东. 基于动态响应灵敏度同步反演结构物理参数与输入的算法[J]. Journal of vibration and shock, 2009, 28(9).

哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用权限

学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的学位论文《基于 UKF 的结构本构参数与荷载同步识别方法》，是本人在导师指导下，在哈尔滨工业大学攻读学位期间独立进行研究工作所取得的成果，且学位论文中除已标注引用文献的部分外不包含他人完成或已发表的研究成果。对本学位论文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。

作者签名：　　日期：　　2014 年 07 月 02 日

学位论文使用权限

学位论文是研究生在哈尔滨工业大学攻读学位期间完成的成果，知识产权归属哈尔滨工业大学。学位论文的使用权限如下：

（1）学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文，并向国家图书馆报送学位论文；（2）学校可以将学位论文部分或全部内容编入有关数据库进行检索和提供相应阅览服务；（3）研究生毕业后发表与此学位论文研究成果相关的学术论文和其他成果时，应征得导师同意，且第一署名单位为哈尔滨工业大学。

保密论文在保密期内遵守有关保密规定，解密后适用于此使用权限规定。

本人知悉学位论文的使用权限，并将遵守有关规定。

作者签名：　　日期：　　2014 年 07 月 02 日

导师签名：　　日期：　　2014 年 07 月 02 日

致 谢

光阴似箭，转瞬即逝，两年的硕士研究生学习即将结束。回味在哈尔滨的两年时光，有迷惘时的苦闷，有收获时的喜悦，在此论文完成之际，向给予我帮助的所有人以最真诚的感谢。

首先对导师吴斌教授表示衷心的感谢和诚挚的敬意。吴老师高瞻远瞩的思想和深厚的学术底蕴、在科研工作中务实严谨的态度和精益求精的精神，以及他平易近人、朴实无华的人格魅力让我从他身上不仅学习到了学术知识，更潜移默化地体会到了做人的道理。

感谢我的副导师丁勇讲师，丁老师在论文整体结构、专业概念以及措辞上给予梳理和校正。生活方面，丁老师教导我要勇于认识困难，接受困难，并通过自己不懈的努力克服和战胜困难，使我倍受鼓励。

感谢许国山老师和王贞老师在课题进行当中给予的建议和指导，感谢陈永盛师兄和潘天林师兄在我编写程序时提供无私的帮助。

感谢在两年硕士生活中给予我照顾和关心的教研室各位兄弟姐妹，他们是王涛、张家广、梅洋、曾聪、李伟、鲁军凯、梅竹、李波、杨格、宁西占、郑震云、汤振、杨凯博、杨靖，是你们营造了一个和谐，进取的高水平研究团队，使我不断奋斗和进步。

感谢我的舍友乔雨萌、冯畅达、张运标，这段与你们朝夕相处的生活我会一生难忘，相信我们每个人都有一个光明的未来。

特别感谢我的父母，多年来含辛茹苦，给予我家的温暖，养育之恩重于山。你们的支持和理解是我前进的力量，你们的关怀和鼓励是我快乐的源泉，你们的平安和健康是我今生最大的幸福。

最后，感谢国家自然科学基金 No.51161120360，No.51308160 和 No.91315301 以及博士后基金 2013M541383 对本研究工作的资助。

刘 斌

2014 年 6 月于哈尔滨工业大学